

**Tomasz BINKOWSKI**

Politechnika Rzeszowska, Polska

**Bogdan KWIATKOWSKI**

Uniwersytet Rzeszowski, Polska

## **Wpływ częstotliwości taktowania układu FPGA na dokładność estymacji prędkości silnika prądu stałego**

### **Wstęp**

Dynamiczny rozwój technologiczny obserwowany w ostatnich czasach pozwala na realizację skomplikowanych obliczeń w czasie rzeczywistym. Współczesne maszyny obliczeniowe realizują programowane zadania w sposób zarówno sekwencyjny, jak i współbieżny. Programowalne mogą być nie tylko instrukcje interpretowane przez procesory, ale także programowalna może być sama struktura układu. W przypadku potrzeby stosowania programowalnej struktury logicznej można wykorzystać układ FPGA (*Field Programmable Gate Array*). Do realizacji zadań programowanych o programowalnej strukturze analogowej wykorzystywane są matryce wzmacniaczy operacyjnych FPAA (*Field Programmable Analog Array*) konfigurowane w podobny sposób jak ich odpowiedniki logiczne. W artykule skupiono się na zastosowaniu układu logiki programowalnej i badaniach wpływu częstotliwości taktowania na dokładność realizacji zadania odtwarzania wielkości, które z przyczyn technologicznych są trudne do zmierzenia. Przykładem może być prędkość silnika prądu stałego, który pracuje w układzie hybrydowym z napędem spalinowym z jednej strony wału, a z drugiej śmigłem napędowym. Proces estymacji parametrów obiektu w czasie rzeczywistym wymaga dużych mocy obliczeniowych i jest procesem nadrzędnym. Jest to proces wymagający nie tylko dużych szybkości obliczeń, ale również dużej dokładności. Takie zadania są problemem dla systemu sterowania i środowiska, w jakim algorytm musi być realizowany.

### **Opis badanego systemu**

Zadanie badawcze dotyczy obserwacji wpływu częstotliwości taktowania układu estymacji wektora stanu silnika wykonanego w oparciu o filtr Kalmana na jego dokładność. Silnik prądu stałego opisany równaniami (1) zrealizowany był w układzie FPGA jako model odniesienia. Taktowany był on przebiegiem zegarowym o częstotliwości  $f = 1$  MHz. Współbieżnie z modelem odniesienia uruchomiony był proces estymatora wektora stanu silnika. Proces ten taktowany

był przebiegiem zegarowym o dużo mniejszej wartości częstotliwości. Wynik predykcji wektora stanu silnika prądu stałego porównywany był z wektorem stanu modelu odniesienia, co pozwoliło na oszacowanie błędu odtwarzania i ocenę wpływu wartości częstotliwości przebiegu taktującego. W celu obserwacji dokładności systemu przeanalizowano przypadki obciążenia skokowego silnika oddziałujące tylko na model odniesienia, podczas gdy system estymacji wektora stanu pozbawiony był tej informacji. Estymator wektora stanu silnika prądu stałego wykonany był na podstawie tego samego równania (1) opisującego model odniesienia, z tym że moment obciążenia  $T_L$  był pominięty. W wyniku usunięcia momentu obciążenia z równań silnika przyjęto, że będzie on stanowił zakłócenie. Model silnika przyjęty do wyznaczania równań filtra Kalmana tak-towany był z dużo mniejszą częstotliwością w odniesieniu do modelu wzorcowego. Przeprowadzone testy brały pod uwagę różne przypadki zachowania się napięcia zasilającego. Analizowane przypadki zmiany napięcia zasilającego i obciążenia można przedstawić następująco:

- liniowo narastające i opadające napięcie zasilające z obciążeniem i w stanie jałowym,
- dodatnie i ujemne skoki napięcia z obciążeniem i bez obciążenia,
- stałe napięcie zasilające w stanie jałowym i z obciążeniem.

### Model silnika prądu stałego

Na podstawie schematu zastępczego silnika i równania dynamiki sformułowane zostały równania różniczkowe silnika następująco [Binkowski, Buczek 1998]:

$$\begin{cases} u(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + k_e \omega(t) \\ J \frac{d\omega(t)}{dt} = k_m i(t) - T_L - D' \omega(t) \end{cases} \quad (1)$$

gdzie:  $u(t)$  – napięcie,  $i(t)$  – prąd,  $\omega(t)$  – prędkość,  $R$  – rezystancja,  $L$  – indukcyjność,  $J$  – moment bezwładności,  $k_e$ ,  $k_m$  – stała elektryczna i mechaniczna silnika,  $D'$  – współczynnik tarcia. W opisanym przypadku zarówno prąd ( $x_1$ ), jak i prędkość ( $x_2$ ) przyjęto jako zmienne stanu. W modelu odniesienia napięcie ( $u_1$ ) i moment obciążenia ( $u_2$ ) zostały przyjęte jako funkcje wymuszające, podczas gdy estymator traktował tylko napięcie jako wymuszenie. Biorąc pod uwagę zarówno linearyzację modelu oraz szumy zmiennych stanu i pomiarów, silnik prądu stałego można opisać równaniami dyskretnymi realizowanymi w systemie cyfrowym jako:

$$\begin{cases} x(k+1) = A(k)x(k) + B(k)u(k) + w(k) \\ y(k) = C(k)x(k) + D(k)u(k) + v(k) \end{cases} \quad (2)$$

gdzie  $w(k)$  i  $v(k)$  – macierze szumów zmiennych stanu i szumy pomiarowe. W przypadku modelu silnika prądu stałego taktowanego przebiegiem o okresie  $T$  macierze równań można przedstawić następująco:

$$A(k) = \begin{bmatrix} 1 - T \frac{R}{L} & -T \frac{k_e}{L} \\ T \frac{k_m}{J} & 1 - T \frac{D'}{J} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$B(k) = \begin{bmatrix} T & 0 \\ L & -T \\ 0 & -T \\ J & J \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$C(k) = [1 \ 0] \quad D(k) = [0 \ 0] \quad (5, 6)$$

### System estymacji prędkości silnika prądu stałego

Zastosowany filtr Kalmana wiąże się bezpośrednio z równaniami silnika prądu stałego (1). Sygnał wyjściowy filtra jest wyznaczany na podstawie predykcji wektora stanu z uwzględnieniem szumów pomiarowych i zakłóceń zgodnie z równaniem (7).

$$\hat{x}(k/k-1) = A(k-1)\hat{x}(k-1) + B(k-1)u(k-1) \quad (7)$$

Sygnał opisany równaniem (7) jest wykorzystywany do wyznaczenia odpowiedzi filtra [Kim, Sul 1994]. Przed sformułowaniem równań filtra przyjęto następujące założenia:

- $w(k)$ ,  $v(k)$  – macierze nieskorelowane,
- $N(0, \sigma_1)$ ,  $N(0, \sigma_2)$  – rozkłady normalne  $w(k)$  i  $v(k)$ ,
- $E[w(k)] = 0$ ,  $E[v(k)] = 0$  – wartości oczekiwane macierzy  $w(k)$  i  $v(k)$ ,
- $E\{w(k)w^T(k)\} = Q(k)$ ,  $E\{v(k)v^T(k)\} = R(k)$  – macierze kowariancji  $w(k)$  i  $v(k)$ ,
- $x_o$  – wektor losowy,
- $E[x_o] = x_o$  – wartość oczekiwana  $x_o$ ,
- $E[x_o x_o^T] = P_o$  – macierz kowariancji  $x_o$ ,
- $\hat{x}(0/-1) = x_o$  – wartość początkowa estymaty,
- $\Sigma(0/-1) = P_o$  – wartość początkowa kowariancji błędu predykcji.

Filtr Kalmana jest realizowany przez dwa równania:

$$\begin{cases} \hat{x}(k) = \hat{x}(k/k-1) + K(k)(y(k) - C(k)\hat{x}(k/k-1)) \\ y(k) = C(k)x(k) + D(k)u(k) + v(k) \end{cases} \quad (8)$$

Równania (8) są typowymi równaniami obserwatora stanu, z tym że macierz wzmocnień (10) jest niestacjonarna i obliczana z zależności:

$$\Sigma(k/k-1) = A(k-1)\Sigma(k-1)A^T(k-1) + R(k-1) \quad (9)$$

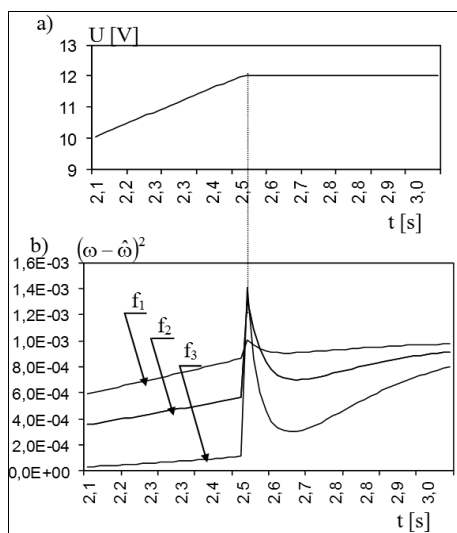
$$K(k) = \Sigma(k/k-1)C^T(k)(C(k)\Sigma(k/k-1)C^T(k) + Q(k))^{-1} \quad (10)$$

$$\Sigma(k) = (I - K(k)C(k))\Sigma(k/k-1) \quad (11)$$

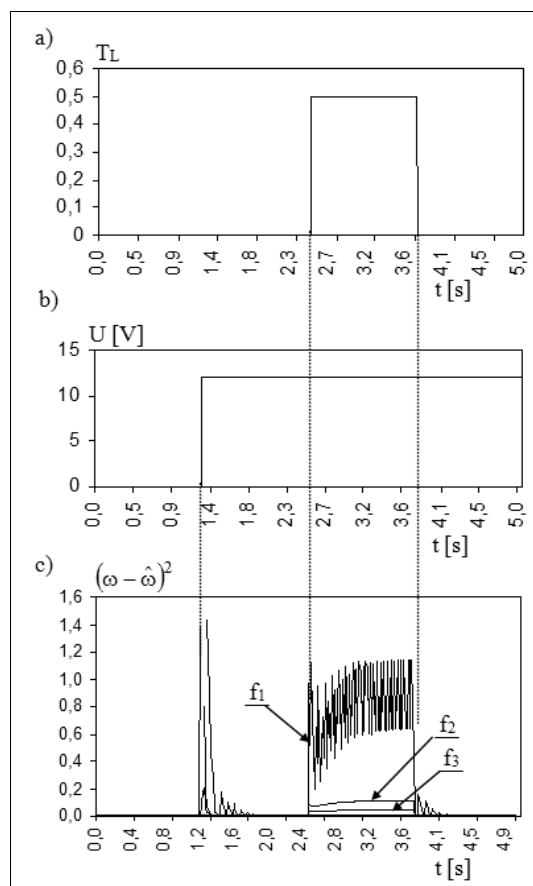
gdzie  $\Sigma(k/k-1)$  jest kowariancją błędu predykcji w  $k$ -tej chwili. Macierz kowariancji zależy od błędu estymacji w  $k$ -tej chwili ( $\Sigma(k)$ ), a  $\hat{x}(k/k-1)$  jest estymowanym wektorem stanu uzyskanym przez predykcję [Kim, Sul 1994]. Macierz wzmocnień filtra Kalmana jest niestacjonarna, ponieważ zależy zarówno od czasu, jak i szumu statystycznego.

## Wyniki badań

Przeprowadzone badania odnoszą się do analizy współbieżnie wykonywanych procesów modelu odniesienia i estymatora prędkości silnika prądu stałego przy różnych częstotliwościach taktowania. Wektor wyjściowy filtra wyznaczony był na podstawie sygnałów wejściowych i znanego sygnału prądu – na podstawie prądu wyznaczonego w modelu odniesienia. Prędkość silnika i prąd stanowiły współrzędne wektora wyjściowego filtra. Wektor stanu wyjściowych równań silnika realizującego równia (1) porównywany był z wyjściem filtra Kalmana. Badaniom poddano silnik o parametrach:  $U_N = 24$  V,  $n = 3000$  rpm,  $P_N = 100$  W,  $R = 1$   $\Omega$ ,  $J = 0,004$  kg/m<sup>2</sup>,  $L = 0,05$  H.



Rys. 1. Stan jałowy silnika: a) przebieg napięcia zasilającego, b) kwadrat błędu estymacji dla częstotliwości taktowania  $f_1 < f_2 < f_3$



**Rys. 2. Stan z obciążeniem dynamicznym silnika: a) przebieg momentu obciążenia, b) przebieg napięcia zasilającego, c) kwadrat błędu estymacji dla częstotliwości taktowania  $f_1 < f_2 < f_3$**

### Podsumowanie

Opisane badania przedstawiono w celu zobrazowania wpływu częstotliwości taktowania procesów uruchamianych w układzie FPGA na dokładność predykcji stanu silnika prądu stałego. Testowane przypadki pracy silnika pomagają w procesie projektowania napędów bezczujnikowych i pozwalają znaleźć konsensus pomiędzy ceną sterownika związaną z szybkością obliczeń a wymaganą dokładnością. W celu podjęcia decyzji dotyczącej wartości częstotliwości taktowania systemu predykcyjnego konieczne jest przeprowadzenie dodatkowych badań dotyczących definiowania współczynników szumu, które znacząco wpływają na jakość pracy estymatora wykorzystującego filtrację Kalmana. Właściwości filtra Kalmana mogą być zdefiniowane wyłącznie przez odpowiedni dobór macierzy kowariancji  $R$  i  $Q$ .

## Literatura

Binkowski T., Buczek K. (1998): *Speed Restoration of DC Motor on the Basis of Current Measurement*, Scientific books of TU Rzeszow, vol. 2.

Kim Y.R., Sul K.S., Park M.H. (1994): *Speed Sensorless Vector of Induction Motor Using Extended Kalman Filter*, IEEE Trans. Ind. Appl.

## Streszczenie

W artykule przedstawiono dwa problemy badawcze. Pierwszy z nich odnosi się do zastosowania napędu bezczujnikowego sterowanego układem FPGA, który wykorzystuje do estymacji filtrację Kalmana. Drugi problem badawczy koncentruje się na wpływie częstotliwości taktowania procesu uruchamianego na FPGA na dokładność estymacji. Artykuł przedstawia wyniki badań różnych stanów pracy napędu bezczujnikowego. Przedstawione analizy dotyczą dynamiki zmian napięcia i momentu obciążenia silnika. Wartość prędkości wyznaczona bezpośrednio z modelu odniesienia silnika prądu stałego stanowiła wartość, do której odnoszono wyniki estymacji.

**Słowa kluczowe:** model cyfrowy silnika DC, estymator, Kalman, FPGA.

## The Impact of FPGA Clocking Time on the Accuracy of DC Motor Speed Estimation

### Abstract

Two problems are considered in the paper. One of them applies to sensorless drive with a DC motor, which uses Kalman filtering. The second problem concerns the description of performed investigations of sampling frequency effect for precision of speed estimation. The investigations concern the simulation of different cases of sensorless drive operation. The analysis regarding the speed estimation precision at voltage and load torque jumps for a different value of sample time has been performed. The speed determined directly from a mathematical model of motor is the base value for comparison.

**Keywords:** digital model of DC motor, estimator, Kalman, FPGA.