

**Zbigniew GOMÓŁKA**

Uniwersytet Rzeszowski, Polska

**Ewa ŻEŚLAWSKA**

Wyższa Szkoła Informatyki i Zarządzania w Rzeszowie, Polska

## Zastosowanie kołowej transformaty Hougha w zadaniu zliczania monet

### Transformata Hougha

Transformata Hougha (*Hough Transform* – HT) wykorzystywana jest w wielu dziedzinach nauki. Założeniem HT było wyznaczenie zbioru parametrów, które opisują szukane wzorce, a następnie zastosowanie HT do określających wzorce parametrów. Problem rozpoznawania złożonych wzorców został sprowadzony do przeszukiwania przestrzeni parametrów w celu odnalezienia lokalnych maksimum obrazu.

**Liniowa transformata Hougha** jest najprostszym przypadkiem transformaty wykrywającej linie proste. W przestrzeni obrazu opisuje ją równanie prostej  $k$ :

$$y = ax + b, \quad (1)$$

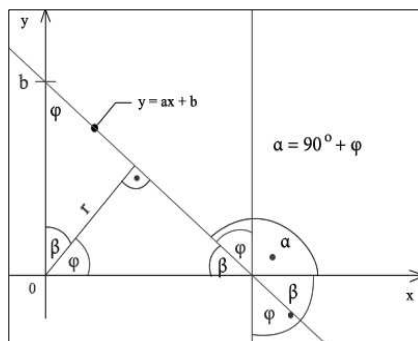
na której znajdują się dwa wyróżnione punkty:  $(x_1, y_1)$  i  $(x_2, y_2)$ .

Wykorzystując zależność:

$$B = -x_i A + y_i, \quad (2)$$

można przedstawić proste dla każdego punktu znajdującego się na prostej w przestrzeni parametrów  $A, B$ . Uwzględniając zależności (2), punktom prostej  $(x_1, y_1)$  i  $(x_2, y_2)$  odpowiadają dwie proste w przestrzeni parametrów  $AB$ , które przecinają się w punkcie  $(A_0, B_0)$ . Natomiast linia jest reprezentowana przez  $n$  punktów, które nie muszą leżeć dokładnie na tej prostej. Wykorzystując równanie (2), w przestrzeni parametrów  $AB$  będzie  $n$  prostych zdefiniowanych przez te punkty, które mogą się przecinać w  $n(n-1)/2$  punktach, wówczas

należy wybrać taki punkt, który będzie reprezentował prostą z największą liczbą punktów współliniowych na obrazie oryginalnym.



**Rys. 1. Wykres zależności (1) z parametrami opisującymi prostą**

Wobec tego  $\sin \varphi$  jest stosunkiem prostej leżącej naprzeciw kąta  $\varphi$  do przeciwprostokątnej:

$$\sin \varphi = \frac{r}{b} \Rightarrow r = b \cdot \sin \varphi, \quad (3)$$

a współczynnik kierunkowy prostej przyjmuje następującą postać:

$$a = \operatorname{tg} \alpha, \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg}(90^\circ + \varphi) = -\operatorname{ctg}(\varphi) \Rightarrow -\frac{\cos \varphi}{\sin \varphi}, \quad (4)$$

co pozwala uzyskać równanie prostej w postaci normalnej:

$$r = x_i \cos \varphi + y_i \sin \varphi, \quad (5)$$

gdzie:  $i = 1, 2, \dots, n$  ( $n$  – liczba transformowanych punktów),  $x, y$  – są danymi współrzędnymi punktu,  $\varphi, r$  – parametry zmienne.

Uwzględniając powyższe, prostej  $k$  będzie odpowiadał jeden punkt na płaszczyźnie parametrów  $\varphi, r$ . W wyniku tego równanie (5) wyznacza relację pomiędzy krzywą w przestrzeni parametrów a punktem na obrazie w przypadku, gdy  $\varphi, r$  są reprezentowane jako zmienne, a współrzędne  $x, y$  jako wartości dane. Punktowi w obrazie odpowiada sinusoida w przestrzeni parametrów. Dyskretna przestrzeń Hougha jest traktowana jako dwuwymiarowa tablica akumulatorów. Według algorytmu Dudy i Harta wyodrębnianie linii prostej, wykorzystując równanie (5), odbywa się dla każdego punktu  $(x_i, y_i)$  w przestrzeni parametrów  $\varphi, r$ , wyznaczając wartość  $r$  dla  $\varphi \in (0, 2\pi)$ .

### Kołowa transformata Hougha

Kołowa transformata Hougha jest oparta na identycznej procedurze jak liniowa transformata Hougha z taką różnicą, że punkt okręgu na płaszczyźnie  $(x, y)$  jest transformowany do 3-wymiarowej tablicy parametrów. Przyjmując równanie okręgu:

$$r^2 = (x-a)^2 + (y-b)^2, \quad (6)$$

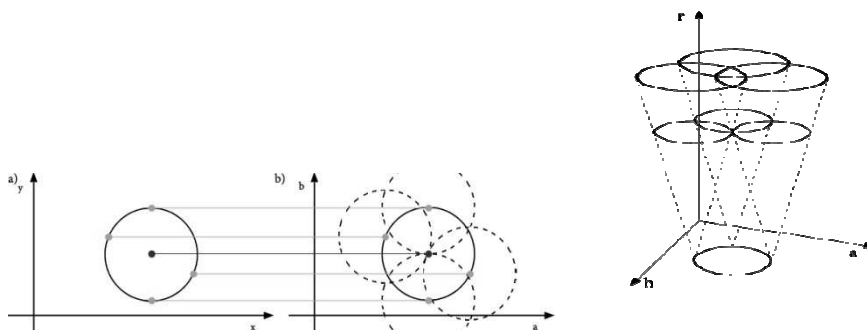
gdzie:  $a, b$  – współrzędne środka okręgu,  $x, y$  – współrzędne krawędzi okręgu,  $r$  – promień okręgu. Parametryczne równanie okręgu przyjmie postać:

$$\begin{cases} x = a + r \cdot \cos(\varphi) \\ y = b + r \cdot \sin(\varphi) \end{cases}, \varphi = (0, 2\pi). \quad (7)$$

Powyższe zależności (6) i (7) zostały wykorzystane w części symulacyjnej niniejszego artykułu w zadaniu rozpoznawania monet oraz rysowania wykrytych okręgów wzdłuż linii konturowych poszczególnych monet.

## Zastosowanie kołowej transformaty Hougha w procesie rozpoznawania monet

Zakładając, że we współrzędnych obrazowych  $x, y$  znajduje się okrąg (znane są punkty jego krawędzi), wówczas każdemu punktowi krawędzi okręgu będzie odpowiadał jeden okrąg w przestrzeni parametrów  $a, b$ . Przestrzeń parametrów  $a, b$  będzie kumulacją okręgów obrazu źródłowego dla danego promienia  $r$  (rys. 2). Najistotniejszym parametrem podczas rozpoznawania okręgu jest jego promień. Decyduje on o wielkości kreślonych okręgów w przestrzeni parametrów  $a, b$ . Gdy promień jest mniejszy lub większy od prawidłowego promienia okręgu, narysowane w przestrzeni parametrów  $a, b$  okręgi nigdy nie przetną się w jednym punkcie. Prawidłowo dobrany promień spowoduje, że narysowane okręgi będą przecinały się w jednym punkcie, który oznaczał będzie środek okręgu znajdującego się we współrzędnych obrazu.



Rys. 2. a) okrąg znajdujący się na płaszczyźnie parametrów  $x, y$ , b) transformacja w przestrzeni  $a, b$

W przypadku wersji kołowej transformaty dyskretna przestrzeń parametrów  $[a \ b \ r]$  jest macierzą 3-wymiarową. Detekcja okręgów w obrazie źródłowym sprowadza się do przeszukiwania największej liczby przecięć okręgów. Na rys. 2b przedstawiono przykładową 3-wymiarową dyskretną przestrzeń Hougha.

### Algorytm zliczania monet w obrazie z wykorzystaniem 3-wymiarowej dyskretnej przestrzeni Hougha

W celu zapewnienia stabilizacji wyników zastosowano filtr dolnoprzepustowy Gaussa. Następnie wykonano segmentację przez progowanie według zależności:

$$g(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{dla } I(x, y) \geq T \wedge I(x, y) \leq T \\ 0 & \text{dla } I(x, y) \leq T \wedge I(x, y) \geq T \end{cases} \quad (8)$$

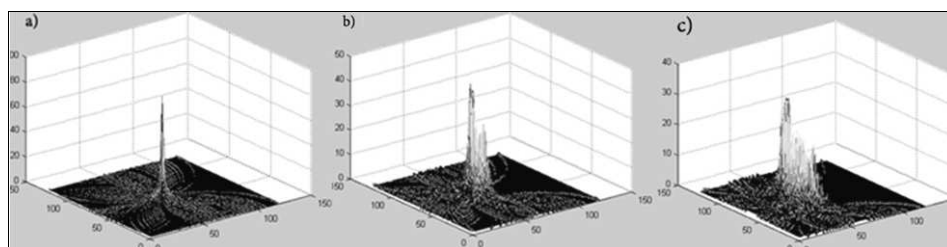
gdzie:  $T=(0,1)$  – próg segmentacji,  $I(x, y)$  – wartość punktu w obrazie źródłowym,  $g$  – binarny obraz wyjściowy.

W kolejnym kroku dla każdego punktu  $(x_i, y_i)$  należącego do krawędzi okręgu wyznaczono okręgi dla danego promienia  $r_j$  w przestrzeni parametrów według następującej zależności:

$$r_i^2 = (x_i - a)^2 + (y_i - b)^2, \quad (9)$$

gdzie:  $i = 1, 2, \dots, N$  oraz  $N$  – liczba transformowanych punktów.

Rozpoznawanymi obiektami są monety Narodowego Banku Polskiego, dla których tworzona jest tablica akumulatorowa, gdzie 3-wymiar jest liczbą wszystkich elementów wektora  $r$  (liczba pozycji 9), a w rezultacie wyznacza liczbę kształtów rozpoznawanych monet. Poniżej zamieszczono przykładowe wyniki przedstawiające tablice akumulatorowe (w których poszukiwane jest maksimum) Hougha w przestrzeni 3-wymiarowej dla monety o wartości 1gr.

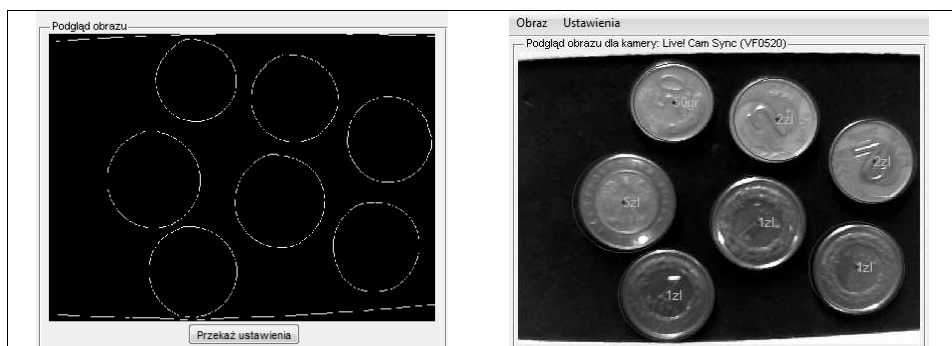


**Rys. 3. Tablice akumulatorowe dla monety 1gr: a) 60 px, b) 72 px, c) 83 px**

Wstępna obserwacja potwierdza, że kołowa transformata Hougha może być skutecznym narzędziem do zliczania monet w obrazach. Zastosowana segmentacja ma kluczowy wpływ na skuteczność etapu rozpoznawania. Dlatego w części eksperymentalnej zastosowano konwersję obrazu źródłowego (RGB) do przestrzeni barw HSV. Wykorzystano jedynie składową  $V$ , co ogranicza problem nierównomiernego oświetlenia sceny, gdyż dla różnego natężenia oświetlenia wyniki segmentacji obrazu są niejednolite, a przy próbie precyzyjnego dobrania promienia do monety zwracane są różne wartości promieni. Przyjmując rozdzielczość rejestrowanego strumienia 2338 x 1700 px, uzyskano dokładność detekcji pozwalającą na poprawną identyfikację wszystkich analizowanych monet. Ponadto, na etapie wstępnych pomiarów zaobserwowano, że przeszukiwanie tablicy akumulatorowej dla większych rozdzielczości wektora kolejnych promieni poszczególnych monet jest kluczowym utrudnieniem w stosowaniu tej transformaty w czasie rzeczywistym (zarejestrowane czasy to 12–15 s). Rozpoznawanie i zliczanie monet w strumieniu wideo zostało zrealizowane w wersji współbieżnej poprzez kadrowanie monet znajdujących się w poszczególnych ramkach, po czym dla każdej z nich została wykonana transformata Hougha i przeprowadzone zostało przeszukiwanie tablicy akumulatorowej.

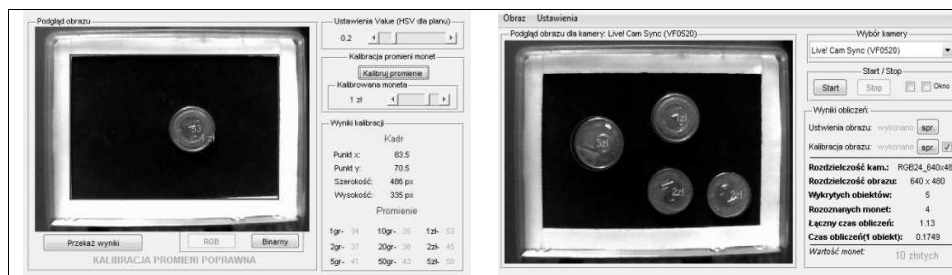
## Aplikacja do rozpoznawania i zliczania monet w obrazie

Wykorzystując środowisko MATLAB oraz kołową wersję transformaty Hougha, opracowano aplikację rozpoznającą i zliczającą monety NBP w obrazie statycznym lub w strumieniu wideo. Przeprowadzono obserwacje histogramów dla obrazów w paletach HSV i RGB, dla różnych rozdzielczości kamery i różnych parametrów segmentacji obrazu, detekcji krawędzi i filtracji wygładzającej. W programie została zaprojektowana również opcja pozwalająca na kalibrowanie planu monet oraz w przypadku podniesienia ramienia statywu podtrzymującego kamerę kalibrowanie promieni monet. Zaprojektowany program automatycznie sprawdza dostępność w systemie kamer, pozwalając na przeprowadzenie obliczeń na obrazie statycznym bądź strumieniu wideo po odpowiednim przełączeniu ustawień programu. Po załadowaniu pliku graficznego lub klatki obrazu z kamery do programu możliwe jest wyświetlenie ich histogramu zarówno dla obrazu RGB, jak i HSV.



Rys. 4. Wyniki segmentacji i detekcji: a) konturów monet oraz b) wynik działania kołowej wersji transformaty Hougha

W wersji eksperymentalnej wprowadzono moduł kalibracji, który pozwala na dobór ustawień stanowiska oraz dobór promieni monet – opcja dostępna jest jedynie dla obrazów przechwyconych z kamery. Przeprowadzono szereg testów zaprojektowanej aplikacji, których wyniki przedstawiono na rys. 4.



Rys. 5. Kadrowanie sceny oraz kalibracja modułu detekcji monet

Na rys. 5 zamieszczono proces kadrowania sceny oraz kalibracji stanowiska dla obrazu przechwyconego ze strumienia wideo.

## Podsumowanie

Kołowa transformata Hougha jest skutecznym narzędziem w zadaniu rozpoznawania obrazów nawet przy obecności wysokiego poziomu szumi w obrazie związanego np. ze zmieniającymi się warunkami oświetlenia sceny determinującymi skuteczność detekcji krawędzi okręgów. Podczas prób rozpoznania monet na obrazie statycznym, gdy panują zawsze takie same warunki oświetleniowe, np. obraz skanowany, stwierdzono, że transformata bezbłędnie radzi sobie z zadaniem zliczania monet. Monety NBP są zbliżonej wielkości, tzn. 1 gr jest zbliżonej wielkości do 10 gr, 2 gr – do 20 gr, 5 gr – do 50 gr i 1 zł – do 5 zł, co sprawia, że w warunkach zaburzeń oświetlenia spada skuteczność algorytmu zliczania monet. Zapewne wprowadzenie w dalszych wersjach dodatkowego modułu rozpoznającego teksturę poszczególnych monet (awers i rewers) wpłynęłoby stabilizująco na pracę całej aplikacji.

## Literatura

- Chmielewski L. (2005): Specification of the Evidence Accumulation-Based Line Detection Algorithm. In Computer Recognition Systems: Proc. Int. Conf. Computer Recognition Systems CORES, „Advances in Soft Computing series” vol. 30.
- Cohen M.X. (2014): *Analyzing Neural Time Series Data. Theory and Practice*, Massachusetts Institute of Technology.
- Gomółka Z., Twaróg B., Bartman J., Kwiatkowski B. (2011): *Improvement of Image Processing by Using Homogeneous Neural Networks with Fractional Derivatives Theorem*, AIMS, Discrete and Continuous Dynamical Systems.
- Klepacz M. (2012): *Kołowa transformata Hougha w zadaniu zliczania monet*, praca inżynierska.
- Scharcanski J. (2014): *Signal and Image Processing for Biometrics*, Springer – Verlag.

## Streszczenie

W artykule przedstawiono zagadnienia zastosowania transformaty Hougha w procesie rozpoznawania i zliczania monet Narodowego Banku Polskiego. Wykorzystując środowisko MATLAB oraz zagadnienia dotyczące cyfrowego przetwarzania obrazów i kołową transformatę Hougha, zaprojektowano aplikację do rozpoznania i zliczania monet dla obrazów statycznych oraz przechwyconych ze strumienia wideo.

**Słowa kluczowe:** transformata Hougha, segmentacja, algorytm zliczania monet w obrazie, cyfrowe przetwarzanie obrazów.

## **Implementation of Hough Transform in the Task of Coins Counting**

### **Abstract**

Paper deals with the implementation of circular Hough transform for automated coins counting with the use MATLAB® environment.

**Keywords:** circular Hough transform, coins detection and counting, digital image processing.