

Wiesława MAŁSKA

Politechnika Rzeszowska, Polska

Anna KOZIOROWSKA

Uniwersytet Rzeszowski, Polska

Wykorzystanie testu t dla pojedynczej próby we wnioskowaniu statystycznym

Wstęp

Wnioskowanie statystyczne w zakresie struktury zbiorowości to wnioskowanie o zbiorowości statystycznej (populacji generalnej) jedynie na podstawie informacji z próby losowej (małej lub dużej). Wnioskowanie to obejmuje estymację i weryfikację hipotez. Dowolny sąd (opinia, przypuszczenie) dotyczący parametrów lub też postaci rozkładu cechy statystycznej (zmienniej) w populacji generalnej jest nazywany hipotezą statystyczną [Rabiej 2012; Kot i in. 2011]. Jeżeli nasze przypuszczenie dotyczy parametru (parametrów), to hipotezę nazywamy hipotezą parametryczną. Jeżeli dotyczy tylko typu rozkładu, to wówczas nazywamy ją hipotezą nieparametryczną. W testowaniu hipotez statystycznych prawdziwość lub fałszywość hipotezy ocenia się na podstawie wyników próby losowej, a reguła postępowania służąca sprawdzaniu prawdziwości hipotezy statystycznej jest nazywana testem statystycznym (często także testem istotności).

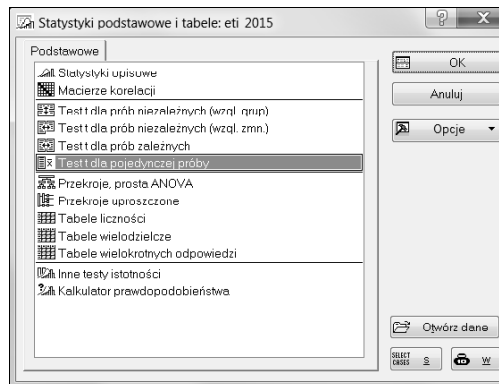
W każdym teście statystycznym na pierwszym etapie (w pierwszym kroku) formułuje się hipotezę sprawdzaną, która nazywana jest hipotezą zerową (H_0) i hipotezą alternatywną (H_1). Podczas weryfikacji hipotez można popełnić dwa rodzaje błędów. Błąd polegający na odrzuceniu weryfikowanej hipotezy pomimo jej prawdziwości nazywany jest błędem pierwszego rodzaju. Błąd polegający na przyjęciu testowanej hipotezy fałszywej to błąd drugiego rodzaju. Natomiast poziom istotności [oznaczany w statystyce jako α ($\alpha \in (0,01 \div 0,1)$, najczęściej przyjmowany poziom istotności α wynosi 0,05)] jest zakładany z góry jako małe prawdopodobieństwo popełnienia błędu pierwszego rodzaju. Odrzucenie weryfikowanej hipotezy na poziomie istotności $\alpha = 0,01$ oznacza, że ryzyko popełnienia błędu pierwszego rodzaju przy podejmowaniu takiej decyzji wyniosło 1%. Skuteczność wykrywania nieprawdziwości weryfikowanej hipotezy mierzona jest tzw. mocą testu. Jeżeli w procesie weryfikacji hipotezy przyjmujemy hipotezę zerową pomimo jej fałszywości (błąd drugiego rodzaju), to prawdopodobieństwo przyjęcia takiej hipotezy oznacza się w statystyce przez β , a prawdopodobieństwo odrzucenia takiej hipotezy oznacza się przez $1-\beta$ (decyzja prawidłowa – odrzucenie fałszywej hipotezy zerowej). Prawdopodobieństwo

$1-\beta$ (prawdopodobieństwo odrzucenia hipotezy fałszywej) nazywane jest mocą testu [Kot i in. 2011; www.statsoft.pl; Sobczyk 2010a]. Wynika stąd, że im mniejszy jest błąd drugiego rodzaju, tym większa jest moc testu. Mocny test pozwala na odrzucenie fałszywej hipotezy zerowej. W programie STATISTICA dostępne są testy służące weryfikacji hipotez parametrycznych i hipotez nieparametrycznych. W artykule ograniczono się do analizy możliwości zastosowania dostępnego w programie STATISTICA modułu *Test t dla pojedynczej próby* służącego do weryfikacji hipotezy o wartości średniej (wartości przeciętnej).

Test dla wartości średniej

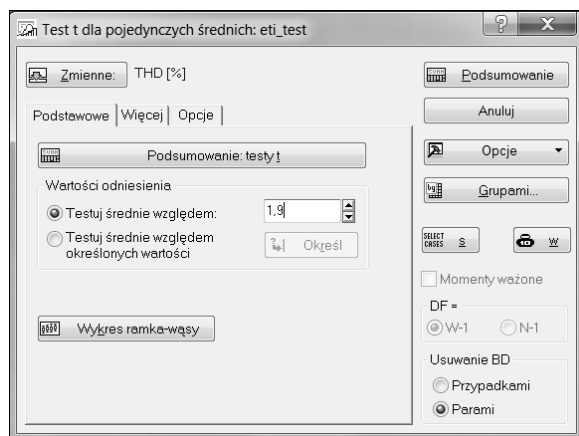
Test istotności dla wartości średniej (przeciętnej) służy do weryfikacji hipotezy o tym, że wartość przeciętna cechy w populacji generalnej jest równa tzw. wartości hipotetycznej (konkretnej liczbie). Zakładamy, że interesująca nas cecha X w populacji generalnej ma rozkład normalny $N(m, \sigma)$ [Ostasiewicz i in. 2006]. Weryfikacji dokonujemy, wykorzystując próbę prostą n -elementową. Hipoteza zerowa ma postać $H_0: m = m_0$, gdzie m_0 – jest wartością hipotetyczną. Hipoteza alternatywna może przybierać jedną z trzech postaci H_1 : (I) $m \neq m_0$; (II) $m > m_0$; (III) $m < m_0$. Przy wyborze postaci hipotezy alternatywnej należy kierować się konkretnym problemem merytorycznym. Wybór postaci hipotezy alternatywnej determinuje rodzaj zbioru krytycznego (obszaru krytycznego) – dwustronny, prawostronny lub lewostronny. W teście dla wartości przeciętnej (średniej) wykorzystuje się dwie statystyki testowe w zależności od wielkości (liczebności) próby losowej. Statystyka testowa dla małej próby losowej ($n \leq 30$) to statystyka t o rozkładzie t -Studenta o $n-1$ stopniach swobody, natomiast dla dużej próby losowej to statystyka o rozkładzie normalnym standaryzowanym $N(0,1)$.

W programie STATISTICA testy t -Studenta dostępne są w module Statystyki podstawowe i tabele (rys. 1) [www.statsoft.pl].



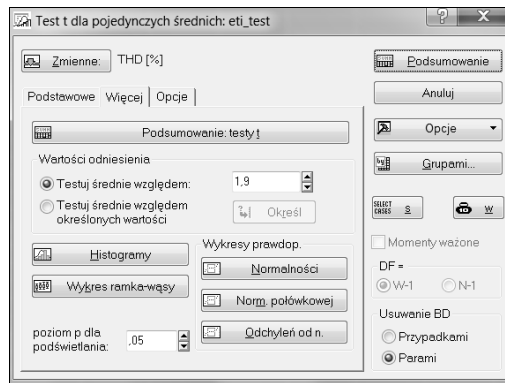
Rys. 1. Okno wyboru odpowiedniego testu

Dla zobrazowania analizy możliwości zastosowania testu dla wartości średniej wykorzystano test dostępny w programie STATISTICA. Test t dla pojedynczej próby stosuje się do porównania wartości średniej uzyskanej z próby pobranej z populacji generalnej z wartością hipotetyczną. W teście dla pojedynczej próby wartość hipotetyczna m_0 jest określana jako *Odniesienie (stała)*, a program wyznacza wartość odpowiedniej statystyki na podstawie liczebności próby losowej. Statystyka ta zawsze oznaczana jest w programie przez t . Hipoteza alternatywna w teście dla pojedynczej próby ma postać $H_1: m \neq m_0$, stąd obszar krytyczny jest obszarem dwustronnym. Program oblicza poziom p , czyli wartość komputerowego prawdopodobieństwa p . Jeżeli wartość $p < \alpha$, to hipotezę zerową H_0 należy odrzucić, a to oznacza, że istnieje istotna różnica między wartością średnią cechy w populacji generalnej a wartością hipotetyczną, co do której wysuwaliśmy nasze przypuszczenie. Jeżeli wartość $p > \alpha$, nie mamy podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej.



Rys. 2. Test t dla pojedynczych średnich – widok karty *Podstawowe*

W celu analizy możliwości wykorzystania testu istotności w programie STATISTICA przeprowadzono pomiary współczynnika THD (total harmonic distortion) w punkcie zasilającym tzw. „wrażliwy (czuły) odbiornik w ciągu doby. Otrzymano następujące wartości w %: 1,7; 1,8; 1,9; 2; 2,1; 2,1; 2,2; 2,2; 2,3; 2,4; 2,5; 2,6; 1,7; 1,9; 1,9; 2,1; 2,1; 2,2; 2,3; 2,7; 2,3; 2,4; 2,5; 2,3. W tym punkcie zasilającym przyjmuje się, że niska wartość współczynnika THD mieści się w przedziale 1,7–1,9%, średnia wartość – od 2 do 2,2%, wysoka – od 2,3 do 2,5%, powyżej 2,6 % to bardzo wysoka wartość. Należy zweryfikować hipotezę: „Czy na podstawie tej próby losowej i dla współczynnika istotności równego 0,05 można twierdzić, że współczynnik THD w tym punkcie zasilającym należy do niskich?”. Na rys. 3 przedstawiono widok okna modułu *Test t dla pojedynczych średnich* – widok karty *Więcej*.



Rys. 3. Test t dla pojedynczych średnich – widok karty Więcej

Aby można wykorzystać z modułu Test t dla pojedynczej próby, sprawdzono, czy analizowana zmienna (wartość współczynnika THD) ma rozkład normalny. Z obliczeń wynika, że zmienna ma rozkład normalny, stąd można zastosować test t -Studenta. Wyniki obliczeń przedstawiono w arkuszu wynikowym na rys. 4.

Test średnich względem stałej wartości odniesienia (eti_test)								
Zmienna	Średnia	Odch. st.	Ważnych	Bł. std.	Odniesienie Stała	t	df	p
THD [%]	2,170833	0,271035	24	0,055325	1,900000	4,895329	23	0,000060

Rys. 4. Arkusz z wynikami testu t dla pojedynczej próby

W arkuszu wynikowym *Odniesienie (stała)* oznacza hipotetyczną wartość średniej, względem której testuje się wartość średnią, *df* – oznacza liczbę stopni swobody, *p* – to poziom prawdopodobieństwa testowego dla testu t [www.statsoft.pl]. Poziom p jest mniejszy od poziomu α , stąd wartość średnia współczynnika THD w rozważanym punkcie zasilającym jest większa od 1,9%. Hipotezę zerową należy odrzucić na korzyść hipotezy alternatywnej.

Podsumowanie

W programie STATISTICA obliczane jest tzw. komputerowe prawdopodobieństwo p (często nazywane jest także prawdopodobieństwem testowym), które jest najmniejszym poziomem istotności, przy którym obliczana jest wartość statystyki sprawdzającej, która doprowadza do przyjęcia lub odrzucenia hipotezy zerowej H_0 . Wartość tego prawdopodobieństwa porównuje się z poziomem istotności α . Korzystając z testów istotności dostępnych w programie STATISTICA, nie ma potrzeby budowy testu istotności i korzystania z tablic rozkładu t -Studenta dla ustalonego poziomu istotności α i dla $n-1$ stopni swobody lub z tablic innych rozkładów, ustalania granic obszarów krytycznych, obliczania wartości statystyki testowej i podejmowania decyzji weryfikacyjnej. Możliwość wykorzystania testów istotności wiąże się z uproszczeniem obliczeń, ale wymaga

znajomości tematyki i właściwej interpretacji komputerowego poziomu prawdopodobieństwa dla odpowiedniego testu.

Literatura

- Kot S., Jakubowski J., Sokołowski A. (2011): *Statystyka*, Warszawa.
- Ostasiewicz S., Rusnak Z., Siedlecka U. (2006): *Statystyka. Elementy teorii i zadania*, Wrocław.
- Rabiej M. (2012): *Statystyka z programem Statistica*, Gliwice.
- Sobczyk M. (2007): *Statystyka*, Warszawa.
- Sobczyk M. (2010a): *Statystyka matematyczna*, Warszawa.
- Sobczyk M. (2010b): *Statystyka opisowa*, Warszawa.
- Stanisławek J. (2010): *Podstawy statystyki*, Warszawa.
- www.statsoft.pl

Streszczenie

W artykule przedstawiono analizę możliwości zastosowania testu t do weryfikacji hipotezy, że wartość średnia cechy statystycznej (ilościowej) populacji generalnej jest równa pewnej wartości hipotetycznej. W tym celu wykorzystano *Test t dla pojedynczej próby* dostępny w programie STATISTICA. W teście dla wartości przeciętnej wykorzystuje się dwie statystyki testowe, wybór których uzależniony jest od wielkości (liczebności) próby losowej, którą dysponujemy. Zaprezentowano przykładowe obliczenia z wykorzystaniem testu istotności w module *Test t dla pojedynczej próby*. Wybór właściwego testu jest podstawowym wymogiem prawidłowego przebiegu procesu weryfikacji hipotezy statystycznej.

Słowa kluczowe: hipoteza statystyczna, test istotności, rozkład t -Studenta, poziom istotności, weryfikacja hipotez statystycznych.

The Use of t -Test for a Single Study at Statistical Inference

Abstract

The paper presents an analysis of the applicability of the t -test to verify the hypothesis that the value of the average statistical features (quantitative) of the general population is equal to a certain hypothetical value. For this purpose, there was used the t -test for a single sample available in STATISTICA. In the test for the value of the average there are used two test statistics, the choice of which depends on the size (number of) a random sample that we have. There are shown in the paper exemplary calculations using the significance test in t -test module for a single sample. Choosing of the right test is a basic requirement of proper conduct of statistical hypothesis verification process.

Keywords: statistical hypothesis, test of significance, Student- t distribution, the level of significance, verification of statistical hypotheses.