

**Ewa SWOBODA**

Uniwersytet Rzeszowski, Polska

## **Matematyka dla uczniów szkół zawodowych – co to znaczy? (podejście teoretyczne)**

### **Wstęp**

Matematyka jako przedmiot szkolny jest na ogół postrzegana jako jeden z podstawowych modułów kształcenia ogólnego. Jej obraz jest z jednej strony zdominowany przez matematykę jako dyscyplinę naukową, z drugiej poprzez matematykę rozumianą jako specyficzna ludzka aktywność [Freudenthal 1973]. Jest to więc spojrzenie raczej z perspektywy matematyka, który uprawia tę dyscyplinę jako swoistą igraszkę intelektualną. Jeżeli mówiono o matematyce, podkreślając jej inną stronę – matematykę w zastosowaniach – wtedy była postrzegana jako narzędzie rozwiązywania problemów w fizyce, ekonomii, medycynie, i w takich sytuacjach na ogół dyskutowano aparat pojęciowy dość zaawansowany (równania liniowe, różniczkowe, statystyka). Przy takim ujęciu gubi się jeszcze jeden wielki potrzebujący – szkolnictwo zawodowe. Można odeprzeć to stwierdzenie, mówiąc, że w szkołach zawodowych matematyka przecież istniała od zawsze. Nikt tylko głośno nie podkreśla, że jest to na ogół nie lubiany przedmiot odrzucany przez uczących się („po co mi ta wiedza...”), traktowany jak swoisty kamień u szyi. Często nie było specjalnego pomysłu, jak ten przedmiot realizować – na ogół jedynym pomysłem na taką matematykę było ograniczenie treści kształcenia i obniżenie wymogów w stosunku do uczniów. A przecież okazuje się [Szkoła Samodzielnego Myślenia 2014], że uczniowie szkół zawodowych są w stanie podjąć się rozwiązania nietypowych zadań. Zadania, które wprawdzie wykorzystywały elementarną wiedzę matematyczną, ale wymagały podejścia kreatywnego, były z sukcesem podejmowane przez uczniów, mimo że takie postawy nie były u nich wzmacniane podczas lekcji matematyki. W ten sposób pokazali, że tkwi w nich duży, niewykorzystany potencjał.

W miejscu pracy absolwentów szkół zawodowych matematyka jest coraz bardziej obecna. Umiejętności matematyczne są nieodzowne niemal na każdym stanowisku pracy, chociaż odpowiedź na pytanie, jakie są to umiejętności, nie jest już taka oczywista. W świecie prowadzi się coraz więcej badań w odniesieniu do specyfiki matematyki w szkołach zawodowych [Muller 2009; FitzSimons 2014]. Okazuje się, że w tym zakresie są już wypracowane pewne dyrektywy warte poznania.

Badania potwierdzają [Hoyles, Wolf, Molyneux-Hodgson, Kent 2002], że założenie o istnieniu bezpośredniego transferu wiedzy szkolnej do środowiska pracy jest bardzo naiwne, i to wcale z nie powodu niskiego stopnia opanowania

szkolnej wiedzy matematycznej. To szkolna matematyka powinna być inna, biorąca pod uwagę przyszłe zastosowania tej wiedzy. Wiele badań analizuje różnice między szeroko rozumianą szkołą i miejscem pracy. Podkreśla się, że są to dwa zupełnie różne światy. Różnią się swą działalnością zarówno ze społecznego (socjalnego), jak i kulturowego punktu widzenia. Mają zupełnie inne cele, priorytety, kontrastowe środki i sposoby na ich osiągnięcie, działają w zupełnie innych kontekstach. Dlatego lekcje matematyki w szkołach zawodowych nie mogą być tylko uproszczoną wersją matematyki formalnej.

Matematyka formalna na ogół jest odizolowana od innych przedmiotów w programie nauczania. Niewiele jest prawdziwych interakcji między matematyką i innymi przedmiotami. Mimo dobrych intencji takie związki są często naiwne, sporadyczne. Na ogół polegają one na próbach wprowadzania uproszczonych kontekstów, a nacisk i tak jest położony na realizację celów ogólnodydaktycznych lub czysto matematycznych.

W matematyce zawodowej kontekst jest ważny. Jest to już pierwsza ważna dyrektywa – połączenie świata rzeczywistych obiektów fizycznych z wirtualnymi obiektami matematycznymi. Wiedza matematyczna jest ważna w kontekście zadania, które należy wykonać. I w tej sytuacji bierze się pod uwagę takie czynniki (absolutnie pomijane w matematyce „czystej”), jak dostępny personel, narzędzia i materiały, różne formy komunikacji, wymogi prawne i wymogi organizacji pracy (w tym bezpieczeństwa samych pracowników, a także użytkowników końcowych), priorytet lub pilność wykonania zadania, minimalizacja kosztów itd. Przy wykonaniu określonych zadań podanie dobrej (poprawnej) odpowiedzi ma konkretne znaczenie (np. w odniesieniu do zasadności i wykonalności rozwiązań), a błędy są kosztowne. Już z tego wynika, że zastosowanie matematyki w miejscu pracy wymaga innych kompetencji niż tylko odtworzenie gotowego schematu liczenia.

Matematyka zawodowa posiada cechy, które odróżniają ją od nauczania matematyki w szkolnictwie ogólnokształcącym:

- Powinna być prowadzona w konkretnym celu: przygotowanie przyszłych pracowników do dalszego rozwoju lub (re-)edukacji dla poszerzania kwalifikacji, ale w ramach określonego obszaru życia zawodowego, w szczególności w pewnej, czasem wąskiej dziedzinie pracy. Jest to również uzasadnione budowaniem odpowiedniej motywacji do uczenia się.
- Wymaga wykształcenia postawy gotowości na stawianie pytań, dokonywanie refleksji i jeśli to konieczne, umiejętności przekształcenia przyjętych w organizacji praktyk w nowe rozwiązania i sposoby pracy. Innymi słowy, kreatywność, zdolność improwizacji jest niezbędna do znalezienia rozwiązania problemów, które pojawiają się nieprzewidzianie w ramach normalnej działalności w miejscach pracy wszelkiego rodzaju.

Te dwa aspekty powodują, że rzeczywista matematyczna wiedza zawodowa jest **zlepkiem** wiedzy pojęciowej, teoretycznej i wiedzy kontekstowej, proceduralnej [FitzSimons 2014; Muller 2009]. W literaturze mówi się o dyskursie wertykalnym i horyzontalnym.

Dyskurs wertykalny odnosi się do wiedzy teoretycznej. Jest to wiedza ogólna, pryncypialna. W większym lub mniejszym stopniu jest uporządkowana hierarchicznie, podporządkowana systemowi dedukcyjno-logicznemu.

Dyskurs horyzontalny odnosi się do wiedzy kontekstowej takiej jak matematyka wykorzystywana i rozwijana w miejscu pracy. Jest ona na ogół słabo hierarchizowana i powiązana z celami i zadaniami związanymi z danym stanowiskiem. Dyskurs horyzontalny to inaczej specyficzna, lokalnie przydatna wiedza; zestaw strategii, które są lokalne, cząstkowe, nieorganizowane. Może być zależna od kontekstu, wielowarstwowa i sprzeczna globalnie, ale spójna w ramach kontekstów.

Aby uczniowie szkół zawodowych byli przygotowani do wykorzystania swojej wiedzy matematycznej w bardziej wydajny sposób podczas wykonywania pracy, nauczanie matematyki zawodowej powinno uwzględniać zarówno aspekty matematyki wertykalnej, jak i horyzontalnej.

Dla potrzeb matematycznego szkolnictwa zawodowego zostały opracowane tzw. elementy podstawowe (*Mathematical literacy*) kreowane przez praktykę z wykorzystaniem narzędzi informatycznych (*framed by the work situation and practice, by the use of IT tools*). Przytaczam niektóre z nich za [Hoyles, Wolf, Molyneux-Hodgson, Kent 2002]:

- analityczne, elastyczne, szybkie i często wieloetapowe obliczania i szacowania w kontekście pracy (z lub bez użycia narzędzi),
- skomplikowane modelowanie (zmiennych, relacji, z uwzględnieniem warunków brzegowych i ograniczeń),
- interpretacja i przejścia pomiędzy różnymi reprezentacjami danych liczbowych (graficznymi i symbolicznymi),
- systematyczne i precyzyjne techniki wprowadzania danych i ich monitoring,
- ekstrapolacji trendów w różnych rodzajach prac,
- zwięzłe i jasne przekazywanie stwierdzeń,
- rozpoznawanie błędnych odpowiedzi i metod rozwiązań.

Te dyrektywy powinny kształtować sposoby organizowania zajęć z matematyki. Nauczyciele powinni uznać konieczność przygotowania swoich uczniów do wykonywania wieloetapowych operacji z elastycznym wykorzystywaniem danych. Proste umiejętności matematyczne (liczby, procenty i proporcje) powinny być zakotwiczone w rzeczywistych danych (często w postaci danych wyjściowych z modeli kalkulacyjnych czy też danych tabelarycznych). Istnieje potrzeba kształtowania umiejętności hybrydowych (połączenie matematycznych umiejętności z umiejętnością komunikowania się, podejmowania decyzji i wykorzystania IT). Uczniowie powinni być przygotowani do:

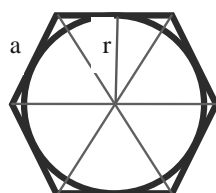
- podejmowania ryzyka i samodzielnych decyzji,
- akceptacji nieuniknionych uchybień lub błędów,
- rozwijania krytycznego osądu.

Te wszystkie fakty powinny mieć wpływ na treść i strukturę edukacji matematycznej w szkołach zawodowych.

**Przykład zajęć, które mogą być realizowane w szkołach zawodowych z wykorzystaniem sugerowanego podejścia**

**Zad. 1.** Kule o średnicy 20 cm trzeba zapakować w odpowiednie pudełko. Zaprojektuj pudełko. Oblicz, ile materiału potrzeba na jego wykonanie. Rozważ poniższe propozycje:

1. Pudełko w kształcie graniastosłupa o podstawie sześciokątnej.
2. Pudełko w kształcie sześcianu.
3. Pudełko w kształcie walca.
4. Możesz zaproponować własne pudełko.



**Rys. 1. Podstawa pudełka w kształcie graniastosłupa**

Ad 1. Aby obliczyć pole podstawy, obliczam pole 6 trójkątów o wysokości  $r = 10$  cm (rys. 1). Ponieważ

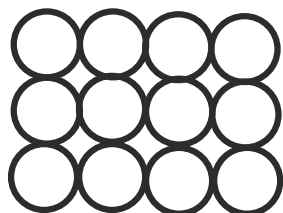
$r = (a\sqrt{3})/2$ , więc  $a = 2/3 r\sqrt{3}$ , wtedy  $6P = 6 a^2\sqrt{3}/4 = 2 r^2\sqrt{3}$  – pole podstawy. Wtedy dwie podstawy:  $4 r^2\sqrt{3}$ , zaś pole powierzchni bocznej:  $6a2r = 8r^2\sqrt{3}$ . **Pole całkowite:  $12 r^2\sqrt{3}$ .**

Ad 2. Pudełko w kształcie sześcianu: **Pole całkowite  $6 \cdot 4 r^2 = 24 r^2$ .**

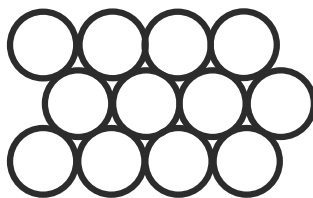
Ad 3. Pudełko w kształcie walca: **Pole całkowite:  $2 \cdot \Pi r^2 + 2 \Pi r \cdot 2r = 6 \Pi r^2$ .**

**Zad. 2.** Oszacuj, na które pudełko potrzeba najwięcej materiału (która powierzchnia jest największa).

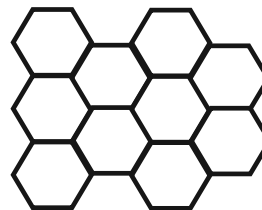
**Zad. 3.** Elementy do wykonania podstawy pudełka w kształcie walca są wycinane z arkusza o wymiarach 130 cm x 75 cm. Przeanalizuj następujące układy dla wycięcia podstaw.



Układ 1



Układ 2



Układ 3

**Rys. 2. Układy do wycięcia z arkusza**

Ile podstaw można wyciąć z jednego arkusza przy każdym z tych układów? Który z tych układów jest optymalny, jeżeli weźmiemy pod uwagę stopień wykorzystania materiału? Uwzględnij fakt, że przy ułożeniu elementów trzeba przewidzieć 0,5 mm na linię cięcia.

Sam problem ma naturę praktyczną, a sensowność dokonywania obliczeń ma podłoże ekonomiczne. Taka seria zadań umożliwia organizację pracy zespołowej, w której prowadzenie dyskusji jest sprawą oczywistą. Uczniowie wykonują wieloetapowe obliczenia, w odpowiedni sposób muszą odnieść się do danych zamieszczonych w zadaniu. Na jednym z etapów mają szansę na analizowanie tekstu matematycznego będącego formą odpowiedzi. W kolejnym zadaniu muszą odnieść się do wyników uzyskanych wcześniej. Dokonują obliczeń dokładnych oraz szacunkowych. Zadanie trzecie wymaga podejścia kreatywnego – uczniowie muszą sami odkryć sposób prowadzenia obliczeń. Mogą je realizować w różny sposób, co daje szansę na prowadzenia dyskusji, formułowanie argumentów i obronę własnego stanowiska. Dodatkowo zadanie wymaga od ucznia samodzielności w podejmowaniu decyzji, umożliwia stawianie dalszych pytań i problemów.

## Podsumowanie

W ramach zmian dotyczących matematycznego kształcenia zawodowego odnotowano następujące wspólne trendy:

- Oparcie własnej pracy na pracy zespołowej jest powszechne, a w niektórych sektorach jest coraz bardziej pożądane ze względu na jej znaczenie w procesach poprawy jakości pracy.
- Istnieje coraz większa potrzeba doskonalenia sposobów skutecznego przekazywania i pozyskiwania informacji opartych na danych matematycznych, wymagających wnioskowań i argumentacji.
- Istnieje potrzeba rozwijania umiejętności hybrydowych.
- Umiejętności matematyczne mogą być skupione w następujących klasterach: klaster zawierający wiedzę odtwórczą, algorytmy, definicje itp., klaster obejmujący możliwość wykorzystywania związków między różnymi aspektami lub pojęciami z matematyki do rozwiązywania prostych problemów i klaster obejmujący wgląd, rozumowanie, refleksję i uogólnienie jako kluczowe elementy [De Lange 2003].

## Notka

Zagadnienia dyskutowane w tym artykule są częściowo realizowane w ramach Projektu Erasmus+ NAMA – Numeracy for Advanced Manufacturing nr 2014-1-PL01-KA202-003409.

## Literatura

FitzSimons G.E. (2014): *Commentary on Vocational Mathematics Education: Where Mathematics Education Confronts the Realities of People's Work*, „Educational Studies in Mathematics” vol. 86.

- Freudenthal H. (1973): *Mathematics as an Educational Task*, Dordrecht.
- Muller J. (2009): *Forms of Knowledge and Curriculum Coherence*, „Journal of Education and Work” vol. 22(3).
- De Lange J. (2003): *Mathematics for Literacy*, [w:] Madison B.L., Steen L.A. (red.), *Quantitative Literacy: Why Numeracy Matters for Schools and Colleges*, Proceedings of the National Forum on Quantitative Literacy held at the National Academy of Sciences in Washington, D.C. on December 1–2, 2001. National Council on Education and the Disciplines, Princeton, New Jersey.
- Hoyles C., Wolf A., Molyneux-Hodgson S., Kent P. (2002): *Mathematical Skills in the Workplace, Final Report to the Science, Technology and Mathematics Council*, London.
- Szkola Samodzielnego Myślenia, raport z badań (2014): <http://www.ibe.edu.pl/pl/media-prasa/aktualnosci-prasowe/310-szkola-samodzielnego-myslenia-informacja-prasowa>.
- Jurdak M., Shahin I. (2002): Problem Solving Activity in the Workplace and the School: The Case of Constructing Solids, „Educational Studies in Mathematics” vol. 47.
- Maj-Tatsis B., Pytlak M., Swoboda E., Tatsis K. (2015): *VET Guidelines Report, NAMA – Numeracy for Advanced Manufacturing, project no. 2014-1-PL01-KA202-003409*, unpublished manuscript.

## Streszczenie

Badania wskazują potrzebę rozwijania u uczniów szkół zawodowych kompetencji hybrydowych dotyczących z jednej strony wiedzy teoretycznej (wymiar wertykalny), a z drugiej – matematyki praktycznej (wymiar horyzontalny). Propozycje dydaktyczne powinny wychodzić od problemów praktycznych. W artykule podane zostały pewne założenia teoretyczne dotyczące matematyki dla szkół zawodowych oraz został omówiony przykład propozycji zadaniowej.

**Słowa kluczowe:** matematyka w szkołach zawodowych, kompetencje kluczowe, umiejętności hybrydowe, dyskurs wertykalny, dyskurs horyzontalny.

## Mathematics for Vocational Schools – What Does it Mean (A Theoretical Approach)

### Abstract

Research related to mathematics for vocational schools indicate the need to develop a hybrid competence, related, on the one hand to theoretical knowledge (vertical dimension), on the other – to practical mathematics (horizontal dimension). Educational proposals should be related to practical problems. In the article, some theoretical assumptions are given, supported by the example of educational proposal.

**Keywords:** Vocational mathematics education, hybrid competence, key competence, vertical and horizontal discourse.