

*dr Damian Mowczan*¹ 

Katedra Ekonometrii
Wydział Ekonomiczno-Socjologiczny
Uniwersytet Łódzki

Prawo Okuna – weryfikacja z wykorzystaniem panelowego modelu VAR dla polskich województw²

WPROWADZENIE

Przedmiotem rozważań podjętych w niniejszym artykule jest tzw. prawo Okuna, a precyzyjniej mówiąc, jego reprezentacja w wersji przyrostowej oraz dynamicznej. Zależność ta została po raz pierwszy zaobserwowana oraz opisana przez A.M. Okuna (1962). Wykorzystując dane kwartalne, zauważył on, że każdy dodatkowy procent PNB powiązany jest ze spadkiem stopy bezrobocia o ok. 0.3 p.p. (Okun, 1962, s. 99–100). Celem artykułu jest przedstawienie wyników badań nad zależnością pomiędzy realną stopą wzrostu gospodarczego a zmianami stopy bezrobocia w ujęciu regionalnym (na poziomie województw) w latach 1995–2019. Podano weryfikacji hipotezę o prognostycznej przydatności wspomnianej relacji. Jej prostota odzwierciedla się w łatwym dla decydentów politycznych i gospodarczych uzyskaniu źródeł informacji *ex-ante*. Ta sama prostota potencjalnie jest również jej największą wadą. Potwierdza to m.in. często podkreślana w literaturze niestabilność wskutek działania nieuwzględnionych w modelowanej relacji zmiennych czy też zachodzących w gospodarce przemian strukturalnych. Rozważany w niniejszym artykule okres badawczy zawiera czas światowego kryzysu finansowego, co pozwolił wnieść kolejny głos do dyskusji nad przydatnością i aktualnością prawa Okuna. Jako podstawowe narzędzie badawcze wykorzystano panelowy model autoregresji wektorowej (PVAR).

Jak zauważa T. Misiak (2015, s. 35), prawo Okuna na przestrzeni lat doczekało się bardzo wielu różnych wersji oraz modyfikacji. Już w oryginalnym artykule

¹ Adres do korespondencji: Katedra Ekonometrii, Wydział Ekonomiczno-Socjologiczny, Uniwersytet Łódzki, ul. Rewolucji 1905 r., nr 41, 90-214 Łódź; e-mail: damian.mowczan@uni.lodz.pl, ORCID: 0000-0002-2971-2461.

² Źródło finansowania: środki własne Katedry Ekonometrii UŁ.

A.M. Okun (1962, s. 99–100) przedstawił kilka podejść, tj. model oparty o pierwsze różnice zmiennych (stopy bezrobocia oraz PNB), relację stopy bezrobocia z luką produkcyjną oraz relację, w której szacowana była elastyczność stopy bezrobocia względem zmian PNB, a także stopa wzrostu produktu potencjalnego. Na podstawie analizy wyników otrzymanych z wymienionych podejść współczynnik wiążący zmiany stopy bezrobocia ze zmianami produkcji (zwany po prostu współczynnikiem Okuna) został ustalony na 0,3.

Jednym z podstawowych zarzutów formułowanych pod adresem prawa Okuna jest jego niestabilność w czasie (i w przestrzeni), co skutkuje otrzymywaniem różnych szacunków współczynnika Okuna w zależności od przyjętego okresu badawczego. E.S. Knotek (2007) w swoich badaniach przetestował hipotezę o wspomnianej niestabilności wykorzystując prostą technikę typu *rolling regressions* oraz dane dla gospodarki USA. Stwierdził on, że współczynnik ten podlega znacznym wahaniom w czasie i jest podatny na zmiany strukturalne oraz fazy cyklu koniunkturalnego (tj. obecność fazy recesji oraz długość jej trwania w modelowanym okresie). Problemy te mogą być do pewnego stopnia rozwiązane poprzez zastosowanie dynamicznej wersji prawa Okuna (oraz ew. rozszerzenie jej o zmienne w czasie parametry). W nowszych badaniach, A.M. Nektarios (2019) do oceny niestabilności relacji wykorzystał również modele klasy GARCH. Wyniki potwierdziły, że siła reakcji pomiędzy zmiennymi jest większa dla okresów recesji, niż dla okresów ekspansji.

Warto w tym miejscu nadmienić, że badania prowadzone przez A. Economou i I.N. Psarianos (2016) dla 13 krajów Unii Europejskiej pokazują, iż potencjalne przestrzenne różnice w szacunkach współczynnika Okuna mogą być związane z odmiennym poziomem protekcjonizmu obecnego na poszczególnych rynkach pracy. Jednocześnie stwierdzono wrażliwość wyników na dobór próby oraz metody estymacji. S. Gędek, T. Misiak i G. Mentel (2017) również prowadzili badania z wykorzystaniem danych dla krajów UE, dodatkowo dzieląc je na pięć grup – 23 kraje UE o największej populacji (UE-23), kraje będące członkami UE przed 2004 rokiem (UE-15), kraje wstępujące do UE po 2004 roku (UE-13), kraje kryzysu zadłużenia (Portugalia, Irlandia, Włochy, Grecja i Hiszpania) oraz kraje Grupy Wyszehradzkiej (Polska, Węgry, Czechy, Słowacja). Najwyższą wartość współczynnika Okuna (co do modułu) otrzymano dla grupy krajów kryzysu zadłużenia, a najniższą dla krajów Grupy Wyszehradzkiej. Co ciekawe, dla grup krajów UE-23 oraz UE-15 (dane za lata 1991–2013) przy wykorzystaniu podstawowej wersji różnicowej modelu (por. wzór (2)) uzyskano współczynniki bliskie tym, które oryginalnie otrzymał A.M. Okun (tj. ok. 0,3).

T. Misiak (2015) analizował zróżnicowanie współczynnika Okuna ze względu na wiek oraz płeć bezrobotnych w krajach Unii Europejskiej. Wyniki analizy wskazały, że współczynnik ten jest wyższy wśród grupy bezrobotnych mężczyzn (w porównaniu do grupy kobiet). W przypadku podziału ze względu na wiek bez-

robotnych bardziej prokoniunkturalne okazały się osoby poniżej 25. roku życia (względem osób w wieku 25 lat i więcej)³. Wyniki potwierdzające powyższe zależności uzyskał również J.C. van Ours (2015). Dodatkowo prowadzone przez niego analizy dla różnych podokresów wskazywały na stabilność relacji nawet w przypadku uwzględnienia okresu kryzysu finansowego lat 2007–2009.

Badania nad prawem Okuna były również wielokrotnie prowadzone dla gospodarki polskiej. P. Klimczak oraz G. Wronowska (2010) wykorzystali w swojej analizie szeroki panel krajów (30 państw europejskich oraz Japonia) i dane kwartalne za lata 2006–2009. Pozwoliło to skupić się na światowym kryzysie gospodarczym tamtego okresu i potwierdzić silny wpływ recesji na wartość współczynnika Okuna – w kontraście do wyników otrzymanych przez J.C. van Ours (2015). Odnotowano również duże przekrojowe zróżnicowanie jego wartości. Polska (obok państw bałtyckich oraz Hiszpanii) charakteryzowała się najniższymi przyrostami produkcji na skutek spadku bezrobocia. Autorzy wynik ten utożsamiali z tym, że w Polsce wzrost gospodarczy tamtego okresu opierał się głównie na wzroście zatrudnienia (a nie wydajności pracy).

Analiza prawa Okuna dla Polski w przekroju wojewódzkim została zaprezentowana m.in. przez T. Gajderowicza, G. Grotkowską, L. Wincenciaka oraz E. Wirtek (2014). W przypadku modelu odzwierciedlającego oryginalną hipotezę Okuna opartą o pierwsze różnice zmiennych (por. wzór (2)) otrzymano szacunki współczynnika Okuna na poziomie ok. 0,4 (dane za lata 1995–2011). Wynik ten, jak stwierdzili autorzy, nie odbiega znacząco od wcześniej otrzymywanych dla gospodarki polskiej. S. Pastuszka oraz T. Tokarski (2017) oszacowali regionalne modele dla Włoch (próba za lata 2001–2013) oraz Polski (próba za lata 2003–2012). Okazało się, że regionalne bezrobocie w Polsce cechowało się silniejszą reakcją na zmiany PKB. Z kolei w przypadku Włoch odnotowano silniejszy efekt inercji bezrobocia. Pozwoliło to określić charakter bezrobocia w Polsce jako procykliczny, a we Włoszech jako stagnacyjny. Jako potencjalne wyjaśnienie tych różnic podano istotnie większy udział zatrudnienia w małych firmach rodzinnych oraz szarej strefie dla gospodarki Włoch oraz to, że gospodarka ta doświadczyła recesji w wyniku kryzysu finansowego (a nie stagnacji, jak Polska).

Z jednej strony prawo Okuna traktowane jest bardziej jako „reguła kciuka” (Knotek, 2007, s. 93) niż trwała strukturalna cecha rzeczywistości gospodarczej mająca swoje twarde podstawy w teorii ekonomii⁴. Z drugiej strony na wzrost

³ Otrzymanie takich wyników dla młodszej grupy można tłumaczyć zwykle mniejszym poziomem kapitału ludzkiego oraz doświadczenia zawodowego tych jednostek, co przekłada się na potencjalnie mniejszą wydajność pracy oraz niższe wynagrodzenie.

⁴ Już sam A.M. Okun wskazywał, że nawet w warunkach pełnego zatrudnienia istnieje szereg przyczyn (np. zmiany sektorowego rozkładu zatrudnionych, zmiany w przeciętnej liczbie pracowanych godzin na osobę, czy wyższa stopa wykorzystania kapitału), które mogą powodować zmiany produktywności (Okun, 1962, s. 99).

gospodarczy oraz stopę bezrobocia oddziałuje wiele różnorodnych czynników (zob. np.: Maqbool i in., 2013; Próchniak, 2006), co może prowadzić do bardzo rozbudowanych postaci modeli starających się je opisywać (tym samym komplikując całość analizy). Relatywnie nieskomplikowana konstrukcja prawa Okuna pozwala znacząco uprościć tę relację dostarczając pewnego ogólnego obrazu. Należy jednak zauważyć, że stopa bezrobocia powinna być tu postrzegana jako zmienna proxy, reprezentująca sposób, w jaki niewykorzystane zasoby mogą oddziaływać na produkcję (Okun, 1962, s. 99). Jak zauważa E.S. Knotek (2007, s. 82, 89–92) omawiana zależność może być przydatna z punktu widzenia prognozy stycznego oraz jako narzędzie wspomagające prowadzenie polityki gospodarczej. Przydatność ta została potwierdzona również m.in. przez L.M. Ball, J.T. Jalles i P. Loungani (2015). Z tego też powodu warto prowadzić dalsze badania empiryczne w zakresie tej problematyki.

ZASTOSOWANE METODY BADAWCZE

Jak już zostało wspomniane we wprowadzeniu, w literaturze funkcjonują dwa podstawowe sposoby zapisu prawa Okuna w formie modelu ekonometrycznego (zob. np.: Cháfer, 2015; Kliber, 2017; Knotek, 2007; Prachowny, 1993; Rigas i in., 2011)⁵:

$$u_t - u_t^* = \alpha_1 + \beta_1(y_t - y_t^*) + \varepsilon_t \quad (1)$$

$$u_t - u_{t-1} = \alpha_2 + \beta_2(y_t - y_{t-1}) + \varepsilon_t \quad (2)$$

gdzie:

u_t – stopa bezrobocia,

u_t^* – naturalna stopa bezrobocia,

y_t – realny poziom PKB,

y_t^* – potencjalny poziom PKB,

α , β – parametry strukturalne modelu,

ε_t – składnik losowy,

t – indeks czasu.

Prezentowane w dalszej części pracy analizy dotyczyć będą drugiej wersji modelu (rozszerzonego do wersji dynamicznej). Wybór ten podyktowany jest faktem, iż koncepcje potencjalnego poziomu PKB czy naturalnej stopy bezrobocia wprowadzają do analizy dodatkowy element niepewności. Wynika ona z tego, że po pierwsze wielkości te nie są bezpośrednio obserwowane w gospodarce, a więc

⁵ Modele te mogą być rozszerzone oraz modyfikowane np. poprzez wprowadzenie do nich dodatkowych opóźnień zmiennych (tzw. wersja dynamiczna prawa Okuna), czy też uwzględnienie potencjalnej asymetryczności reakcji zmiennej endogenicznej.

muszą zostać oszacowane⁶. Po drugie, w literaturze prezentowane są odmienne podejścia zarówno co do definicji wspomnianych pojęć (oraz przyjętych założeń), jak i sposobów ich szacowania (zob. np.: Florczak, 2011; Gosińska i in., 2013).

Należy zauważyć, że modele (1) oraz (2) można zapisać alternatywnie. Formalnie sprowadza się to do decyzji, która ze zmiennych jest postrzegana jako zmienna endogeniczna, a która jako egzogeniczna. Dla przykładu relację pomiędzy zmiennymi z modelu (2) można przedstawić także jako:

$$y_t - y_{t-1} = \alpha_3 + \beta_3(u_t - u_{t-1}) + \varepsilon_t \quad (3)$$

Z powyższej relacji skorzystał m.in. M.F.J. Prachowny (1993), który rozbudował ją i osadził w teorii produkcji. Pozwoliło to na silniejsze umocowanie prawa Okuna w teorii ekonomii, a nie tylko jako wniosku z obserwacji empirycznych. W modelu uwzględnione zostały bowiem także inne czynniki wpływające na zmiany produkcji, niż tylko i wyłącznie praca.

W niniejszych badaniach zastosowano podejście z wykorzystaniem panelowego modelu autoregresji wektorowej (PVAR). Pozwoli to w pewien sposób uwzględnić oba te podejścia (tj. (2) oraz (3)) oraz dynamiczny charakter zjawiska (za pomocą wprowadzonych opóźnień dla zmiennych). Opisujący model można zapisać za pomocą następującej reprezentacji wykorzystującej operator opóźnień (Abrigo, Love, 2016; Boubtane i in., 2012; Canova, Ciccarelli, 2013):

$$X_{it} = A(L)X_{it-1} + f_i + \varepsilon_{it} \quad (4)$$

gdzie:

X_{it} – wektor zmiennych stacjonarnych,
 $A(L)$ – macierz wielomianu operatora opóźnień,
 f_i – wektor efektów indywidualnych,
 ε_{it} – wektor składników losowych,
 t – indeks czasu, i – indeks dla jednostek.

W przypadku niniejszego badania wektor zmiennych stacjonarnych⁷ będzie zawierał odpowiednio: (logarytmiczną) stopę wzrostu PKB w cenach stałych oraz zmianę stopy bezrobocia według metodologii BAEL, tj.:

$$X_{it} = [\Delta y_{it} \quad \Delta u_{it}] \quad (5)$$

⁶ A.M. Okun przyjął 4% jako wartość naturalnej stopy bezrobocia. Przy tym poziomie stopy bezrobocia wielkość produkcji potencjalnej była według niego równa poziomowi produkcji aktualnie obserwowanemu (Okun, 1962, s. 99).

⁷ Badanie stacjonarności zmiennych zaprezentowano w dalszej części pracy.

Model wektorowej autoregresji można potraktować jako postać zredukowaną modelu wielorównaniowego. W celu zidentyfikowania źródeł szoków w modelu (4) konieczne jest nałożenie restrykcji ortogonalizujących na macierz innowacji. Prowadzi to do uzyskania nieskorelowanych ze sobą składników losowych. Dzięki temu zabiegowi możliwe będzie uzyskanie właściwych odpowiedzi na impuls, a więc reakcji całego systemu na zaburzenie pochodzące od konkretnej (znanej) zmiennej (zob. np.: Abrigo, Love, 2016; Kusideł, 2000; Lütkepohl, 2005). W niniejszym badaniu wykorzystano w tym celu dekompozycję Choleskiego. Dekompozycja ta nie jest unikalna, a uzyskane wyniki będą zależeć od przyjętej kolejności zmiennych w wektorze (5). W przypadku rozważanego układu dwóch zmiennych, pierwsza z nich (tj. stop wzrostu PKB) zostanie uznana za „bardziej” egzogeniczną niż druga (tj. zmiana stopy bezrobocia).

Estymacja parametrów modelu (4) metodą najmniejszych kwadratów z efektami indywidualnymi (*fixed* lub *random effects*) będzie skutkować uzyskaniem estymatorów niezgodnych. Źródłem tego problemu jest uwzględnienie po prawej stronie równań opóźnień zmiennych zależnych, co skutkuje korelacją pomiędzy składnikami losowymi a regresorami (zob. np. Canova, Ciccarelli, 2013). Dlatego też estymacji parametrów modelu PVAR dokonano wykorzystując uogólnioną metodę momentów (GMM) zastosowaną łącznie do całego systemu równań (por. Abrigo, Love, 2016).

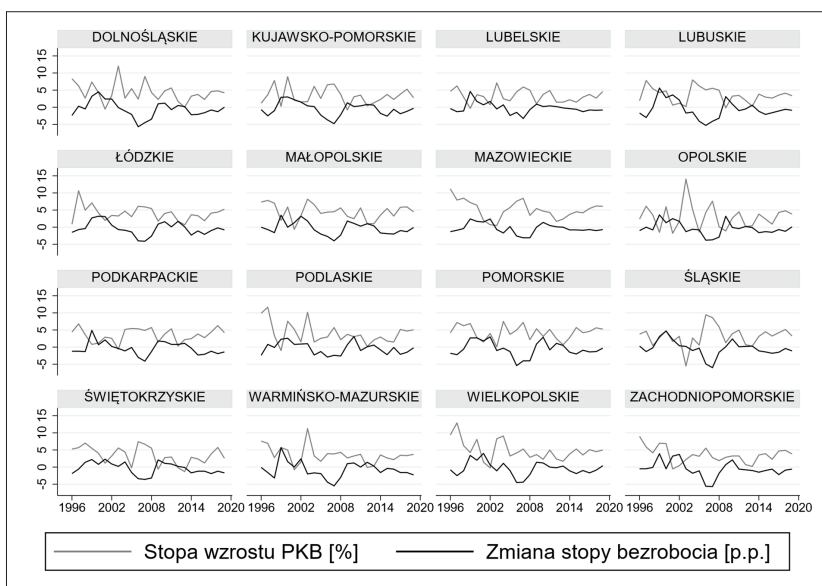
DANE STATYSTYCZNE

W badaniu wykorzystano dane roczne za okres 1995–2019 w podziale na województwa i pochodzące z zasobów Głównego Urzędu Statystycznego (GUS, 2022)⁸. Stopa wzrostu PKB została obliczona jako różnica logarytmów dla PKB wyrażonego w cenach stałych. Zmiana stopy bezrobocia została obliczona na podstawie danych z badania BAEL. Przyjęcie podejścia opartego o dane o częstotliwości rocznej wynika z dwóch przyczyn. Po pierwsze, nie są dostępne dane kwartalne w podziale na województwa odnośnie PKB w cenach stałych⁹. Po drugie, analizy oparte o dane o częstotliwości kwartalnej wykazują znacznie mniej stabilny związek z punktu widzenia prawa Okuna, niż ma to miejsce w przypadku, gdy wykorzystywane są dane o częstotliwości rocznej (Knotek, 2007, s. 89).

⁸ Zakres czasowy badania podyktowany był głównie dostępnością danych statystycznych w układzie wojewódzkim.

⁹ W literaturze podejmowane są próby oszacowania PKB o częstotliwości kwartalnej dla województw (zob. Pipień, Roszkowska, 2015). Zauważmy jednak, że dezagregacja danych (np. z rocznych na kwartalne) wiąże się z pewnym poziomem przybliżenia oraz arbitralności (tj. wybór metody oraz poczynione założenia). Takie podejście można preferować w systemach złożonych z wielu zmiennych, gdzie większość z nich jest rzeczywiście obserwowana w pożądanej częstotliwości, a więc może potencjalnie wnieść nowe informacje do badania.

Na rysunku 1. przedstawiono kształtowanie się w latach 1995–2019 stopy zmian bezrobocia oraz stopy wzrostu realnego PKB w poszczególnych województwach. Dla wszystkich badanych regionów można mówić o ujemnej korelacji pomiędzy rozważanymi zmiennymi, traktując tę obserwację jako przesłankę uzasadniającą budowę modelu opisującego relację Okuna. Potwierdza to również wykres rozrzutu zbudowany dla obu rozważanych zmiennych (por. załącznik, rys. 3.). Należy przy tym wspomnieć, że analizowane regiony charakteryzowały się znacznym zróżnicowaniem, co do przeciętnych wartości poziomu stóp bezrobocia w badanym okresie. Średnio rzecz biorąc najniższą stopą bezrobocia odznaczały się województwa mazowieckie (ok. 9,5%) oraz małopolskie i wielkopolskie (ok. 10%). Z kolei przeciętnie najwyższe wartości zmiennej zanotowano dla województwa dolnośląskiego (ok. 13,8%), zachodniopomorskiego (ok. 14,1%) oraz warmińsko-mazurskiego (ok. 14,7%). W całym badanym okresie najniższą oraz najwyższą wartość stopy bezrobocia zanotowano dla województwa lubuskiego – odpowiednio 2,1% w 2019 roku oraz 26,3% w 2002 roku. Region ten, podobnie jak województwo dolnośląskie, cechował się najwyższą zmiennością stóp bezrobocia w latach 1995–2019.



Rys. 1. Stopa wzrostu realnego PKB oraz zmiany stopy bezrobocia w układzie wojewódzkim w latach 1995–2019

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS.

W przypadku analizy kształtowania się realnego wzrostu gospodarczego również odnotowano znaczące różnice pomiędzy regionami. Najwyższą przeciętną roczną stopę wzrostu zarejestrowano w województwach: mazowieckim

(ok. 5,1%), wielkopolskim (ok. 4,9) oraz małopolskim (ok. 4,5%), co wiązało się również ze zdecydowanie najniższymi poziomami stóp bezrobocia w tych regionach. Z kolei najniższą przeciętną roczną stopą wzrostu realnego PKB charakteryzowały się województwa: opolskie (ok. 3,0%), śląskie (ok. 3,2%), lubelskie oraz kujawsko-pomorskie (ok. 3,3%).

WYNIKI ANALIZ

Prezentację wyników badania rozpocznie analiza stacjonarności modelowanych zmiennych (por. tabela 1.). Wspomniane założenie o stacjonarnych procesach generujących dane jest fundamentalne dla konstrukcji modelu PVAR, pozwalając na poprawne wnioskowanie statystyczne i uniknięcie problemu tzw. regresji pozornej. Wykorzystano trzy rodzaje testów (zob. np.: Baltagi, 2008):

- Levin-Lin-Chu:

H_0 : szereg niestacjonarny dla wszystkich obiektów.

H_1 : szereg stacjonarny dla wszystkich obiektów.

- Im-Pesaran-Shin:

H_0 : szereg niestacjonarny dla wszystkich obiektów.

H_1 : szereg stacjonarny dla co najmniej jednego obiektu.

- Hadri LM:

H_0 : szereg stacjonarny dla wszystkich obiektów.

H_1 : szereg niestacjonarny dla co najmniej jednego obiektu.

Wyniki wszystkich trzech testów wskazują, że modelowane szeregi (tj. stopa wzrostu realnego PKB oraz zmiana stopy bezrobocia) są najprawdopodobniej generowane przez procesy stacjonarne¹⁰.

Tabela 1. Wyniki panelowych testów stacjonarności oraz przyczynowości w sensie Grangera

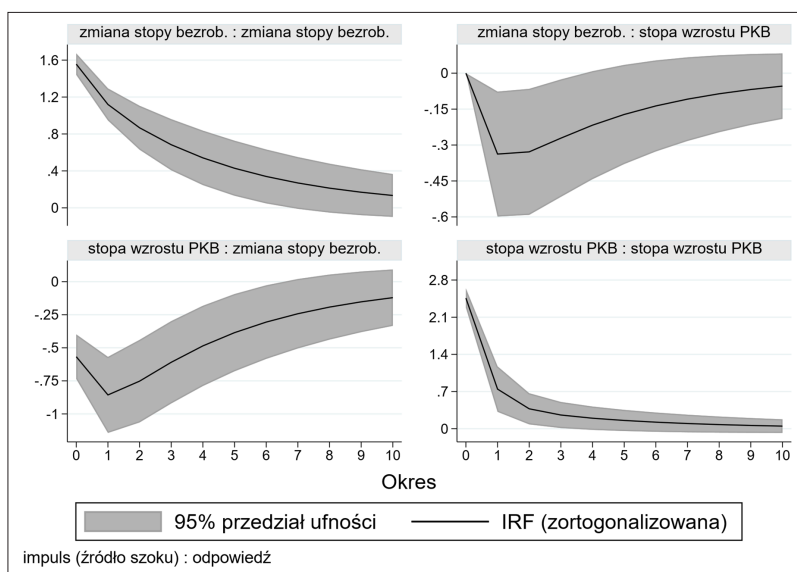
Testy stacjonarności			
Zmienna	Levin-Lin-Chu	Im-Pesaran-Shin	Hadri LM
Δu_{it}	-15,69 ($p < 0.001$)	-14,82 ($p < 0.001$)	-1,89 ($p = 0.97$)
Δy_{it}	-17,42 ($p < 0.001$)	-16,61 ($p < 0.001$)	-0,13 ($p = 0.55$)
Test przyczynowości Grangera			
Testowana relacja	Statystyka		p -value
$\Delta u_{it} \rightarrow \Delta y_{it}$	6,16		0,013
$\Delta y_{it} \rightarrow \Delta u_{it}$	10,98		0,001

Źródło: opracowanie własne.

¹⁰ Co w przypadku tzw. słabej stacjonarności oznacza, że średnia oraz wariancja procesu są stałe w czasie a wartość kowariancji dla dwóch momentów obserwacji zależy tylko od odległości między nimi (Charemza, Deadman, 1997, s. 104).

W drugiej części tabeli 1. zaprezentowano wyniki testu przyczynowości w sensie Grangera. Przyczynowość tego rodzaju rozumiana jest jako zdolność opóźnionych wartości jednej zmiennej do dokładniejszego przewidywania bieżących wartości innej zmiennej, niż miałyby to miejsce bez wykorzystania tych opóźnionych wartości (przy niezmienionej pozostałej informacji) (Charemza, Deadman, 1997, s. 158). Wyniki testu sugerują występowanie przyczynowości w obie strony, przy przyjęciu standardowego 5% poziomu istotności (hipoteza zerowa zakłada brak przyczynowości).

Zaprezentowane na rysunku 2. reakcje na szoki (IRF) zostały oszacowane na podstawie modelu PVAR z uwzględnieniem jednego opóźnienia modelowanych zmiennych. Wyboru rzędu opóźnień w modelu dokonano na podstawie poszukiwania minimalnej wartości Bayesowskiego kryterium informacyjnego – BIC (por. załącznik, tabela 2.). Modelowany system jest stabilny, ponieważ moduły wartości własnych leżą wewnątrz koła jednostkowego. Potwierdza to również graficzna analiza IRF, gdyż szoki mają tendencję do wygaszania się w czasie. Kolejność zmiennych przyjęta podczas strukturalizacji szoków (zgodna ze wzorem (5)) oznacza, że stopa wzrostu realnego PKB będzie reagować z opóźnieniem na szok pochodzący od zmiany stopy bezrobocia. Z kolei zamiana stopy bezrobocia będzie reagować w tym samym okresie na szok pochodzący od stopy wzrostu realnego PKB¹¹.



Rys. 2. Funkcje odpowiedzi na impuls (IRF) dla zmiennych w modelu

Źródło: opracowanie własne.

¹¹ IRF wyznaczone dla alternatywnej kolejności zmiennych zaprezentowano w załączniku na rys. 4. Wyniki estymacji modelu PVAR również zamieszczono w załączniku, w tabeli 2. (wyniki estymacji są niezależne od przyjętej kolejności zmiennych).

Analiza funkcji odpowiedzi na impuls pozwala potwierdzić, że pozytywny szok (o wielkości jednego odchylenia standardowego reszt z danego równania) pochodzący od jednej ze zmiennych, będzie skutkował spadkiem wartości drugiej zmiennej. Przedziały ufności zostały wyznaczone na podstawie 5000 replikacji Monte Carlo i wskazują na statystyczną istotność reakcji. W przypadku pozytywnego szoku pochodzącego od stopy wzrostu realnego PKB należy oczekiwać natychmiastowej reakcji zmiany stopy bezrobocia w postaci niższej jej wartości o ok. 0,57 pkt. Po pierwszym okresie nastąpi dalszy jej spadek o kolejne ok. 0,86 pkt, w porównaniu do wartości bazowej (czyli gdyby impuls nie wystąpił). Następnie szok ulega stosunkowo powolnemu wygaszaniu. Silniejszy spadek rozważanej zmiennej po czasie może być związany z tym, iż pracodawcy niekoniecznie podejmują natychmiastowe decyzje o zatrudnieniu nowych pracowników w odpowiedzi na poprawę sytuacji gospodarczej¹². W pierwszej kolejności zapewne będą starali się zwiększyć produktywność dostępnego już zasobu pracy. Dodatkowo część osób, które nie należały do zasobu aktywnych zawodowo również po czasie postanowi podjąć pracę, w odpowiedzi na coraz lepszą sytuację ekonomiczną. W przypadku pozytywnego impulsu ze strony zmiany stopy bezrobocia, reakcja w postaci obniżenia stopy realnego wzrostu gospodarczego następuje po pierwszym okresie i wynosi ok. 0,34 p.p., a następnie szok ulega powolnemu wygaszaniu. Dokonując dekompozycji błędu prognozy¹³ z modelu PVAR, można zauważyć, że ok. 31% zmienności przyrostu stopy bezrobocia może zostać wyjaśnione za pomocą stopy wzrostu realnego PKB. Z drugiej strony, zmiany stopy bezrobocia zdołały wyjaśnić jedynie ok. 6% przyszłych stóp realnego wzrostu gospodarczego.

PODSUMOWANIE

W swojej oryginalnej pracy A.M. Okun otrzymał współczynnik „wymiany” pomiędzy zmianami stopy bezrobocia a zmianami produkcji na poziomie 0,3. Spadek stopy bezrobocia o 1 p.p. przełoży się na wyższą stopę wzrostu gospodarczego o ok. 3 p.p. Nieproporcjonalność tego wzrostu tłumaczona była przede wszystkim tym, że oprócz oczywistego efektu wzrostu liczby pracujących mogą wystąpić inne czynniki takie jak indukowane powiększenie się zasobu siły roboczej, wzrost przeciętnej liczby przepracowanych godzin na pracownika oraz wzrost produktywności (zob. Okun, 1962, s. 102–104; Klimczak i Wronowska, 2010, s. 264).

¹² Analogicznie w przypadku pogorszenia się sytuacji ekonomicznej nie następują natychmiastowe zwolnienia istniejącej kadry pracowniczej.

¹³ Prognozy zostały wyznaczone w horyzoncie 10-okresowym z wykorzystaniem 5000 replikacji Monte Carlo.

Zaprezentowane badania przeprowadzone dla panelu 16 polskich województw w latach 1995–2019 z wykorzystaniem modelu PVAR potwierdzają tę negatywną zależność. Modelowana relacja, pomimo swojej prostoty, wykazuje przydatność z perspektywy prognostycznej oraz do celów prowadzenia polityki gospodarczej. Należy oczywiście przy tym pamiętać, że zarówno stopa bezrobocia, jak i stopa wzrostu gospodarczego, są kategoriami o bogatym wachlarzu determinant. Prawo Okuna powinno być więc wykorzystywane z ostrożnością, tj. z uwzględnieniem potencjalnych czynników, które mogą zaburzać tę relację (np. siła oddziaływania cyklu koniunkturalnego, wpływ zmian strukturalnych, czy wreszcie dobór metod analizy). Pomimo swojego wieku aspekty związane z prawem Okuna nadal są aktualnym problemem badawczym chętnie podejmowanym w literaturze (zob. np. Boďa, Považanová, 2023). Zapewne ma to związek z kuszącą możliwością analizy gospodarki w prostym modelu i licznymi kontrowersjami wynikającymi z przyjęcia tak ogólnego obrazu.

BIBLIOGRAFIA

- Abrigo, M.R.M., Love, I. (2016). Estimation of panel vector autoregression in Stata. *The Stata Journal*, 16 (3), 778–804. DOI: 10.1177/1536867X1601600314.
- Ball, L.M., Jalles, J.T., Loungani, P. (2015). Do forecasters believe in Okun’s Law? An assessment of unemployment and output forecasts. *International Journal of Forecasting*, 31 (1), 176–184. DOI: 10.1016/j.ijforecast.2014.03.009.
- Baltagi, B.H. (2008). *Econometric Analysis of Panel Data*. Chichester: Wiley. DOI: 10.1007/978-3-030-53953-5
- Boďa, M., Považanová, M. (2023). How credible are Okun coefficients? The gap version of Okun’s law for G7 economies. *Economic Change and Restructuring: Empirical and Policy Research on the Transitional and Emerging Economies*, 1, 1–48. DOI: 10.1007/s10644-022-09438-9.
- Boubtane, E., Coulibaly, D., Rault, C. (2012). Immigration, Growth and Unemployment: Panel VAR Evidence from OECD Countries. *IZA Discussion Paper*, 6966, 1–28.
- Canova, F., Ciccarelli, M. (2013). Panel vector autoregressive models, a survey. *ECB Working Paper Series*, 1507, 1–53.
- Cháfer, C.M. (2015). An Analysis of the Okun’s Law for the Spanish Provinces. *Research Institute of Applied Economics and Regional Quantitative Analysis Research Group Barcelona Working Papers*, 1, 1–37.
- Charemza, W.W., Deadman, D.F. (1997). *Nowa ekonometria*. Warszawa: Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne.
- Economou, A., Psarianos, I.N. (2016). Revisiting Okun’s law in European Union countries. *Journal of Economic Studies*, 43 (2), 275–287. DOI: 10.1108/JES-05-2013-0063.
- Florczak, W. (2011). *W kierunku endogenicznego i zrównoważonego rozwoju – perspektywa makroekonomiczna*. Łódź: Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego.

- Gajderowicz, T., Grotkowska, G., Wincenciak, L., Wirtek, E. (2014). Wrażliwość stóp bezrobocia względem wahań PKB w przekroju województw. *Ekonomia*, 39, 29–58.
- Gędek, S., Misiak, T., Mentel, G. (2017). Changes in GDP and the employment and unemployment in the European Union. *Transformations in Business & Economics*, 16, 42–59.
- Gosińska, E., Leszkiewicz-Kędzior, K., Welfe, W. (2013). Szacowanie wielkości nieobserwowalnych w modelu W8D-2010. *Acta Universitatis Lodzianensis. Folia Oeconomica*, 294, 79–94.
- GUS. (2022). Bank Danych Lokalnych. Pobrane z: <https://bdl.stat.gov.pl/bdl/start> (2022.09.03).
- Kliber, P. (2017). Prawo Okuna na regionalnych rynkach pracy w Polsce. *Przegląd Statystyczny*, 64 (1), 41–57. DOI: 10.5604/01.3001.0014.0760.
- Klimczak, P., Wronowska, G. (2010). Prawo Okuna w warunkach kryzysu gospodarczego. W: W. Kwiatkowska, E. Kwiatkowski (red.), *Wzrost gospodarczy i polityka makroekonomiczna* (s. 263–272). Łódź: Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego.
- Knotek, E.S. (2007). How Useful Is Okun's Law? *Economic Review*, 92, 73–103.
- Kusideł, E. (2000). *Modele wektorowo-autoregresyjne VAR. Metodologia i Zastosowania*. Łódź: Wydawnictwo Absolwent.
- Lütkepohl, H. (2005). *A New Introduction to Multiple Time Series Analysis*. Berlin: Springer. DOI: 10.1007/978-3-540-27752-1.
- Maqbool, M.S., Mahmood, T., Sattar, A., Bhalli, M.N. (2013). Determinants of Unemployment: Empirical Evidences from Pakistan. *Pakistan Economic and Social Review*, 51 (2), 191–208.
- Misiak, T. (2015). Zróżnicowanie współczynnika Okuna ze względu na wiek i płeć bezrobotnych – analiza panelowa dla krajów Unii Europejskiej. *Metody Ilościowe w Badaniach Ekonomicznych*, XVI/4, 34–43.
- Nektarios, A.M. (2019). Examining the stability of Okun's coefficient. *Bulletin of Economic Research*, 71 (3), 240–256. DOI: 10.1111/boer.12157.
- Okun, A.M. (1962). Potential GNP: Its Measurement and Significance. *In Proceedings of the Business and Economic Statistics Section, American Statistical Association*, 98–104.
- Pastuszka, S., Tokarski, T. (2017). Przestrzenne zróżnicowanie PKB i bezrobocia w Polsce i we Włoszech oraz jego determinanty. *Wiadomości Statystyczne*, 3 (670), 49–70.
- Pipień, M., Roszkowska, S. (2015). Szacunki kwartalnego PKB według województw w Polsce – zastosowanie estymacji funkcji parametrów modelu regresji liniowej. *Materiały i Studia NBP*, 315, 1–52.
- Prachowny, M.F.J. (1993). Okun's Law: Theoretical Foundations and Revised Estimates. *The Review of Economics and Statistics*, 75 (2), 331–336. DOI: 10.2307/2109440.
- Próchniak, M. (2006). Czynniki wzrostu gospodarczego – wnioski z badań empirycznych. *Ekonomista*, 3, 305–345.
- Rigas, J., Theodosiou, G., Rigas, N., Blanas, G. (2011). The validity of the Okun's law: an empirical investigation for the Greek economy. *Journal of European Economy*, 10 (1), 16–38.
- van Ours, J.C. (2015). The Great Recession was not so great. *Labour Economics*, 34, 1–12. DOI: 10.1016/j.labeco.2015.02.001.

Streszczenie

Celem artykułu było przedstawienie wyników badań własnych nad relacją znaną w ekonomii pod nazwą „prawo Okuna”. Wykorzystano panel danych dla 16 województw Polski w latach 1995–2019. Jako narzędzie badawcze zastosowano panelowy model autoregresji wektorowej (PVAR), co pozwoliło chociażby na uchwycenie dynamicznego charakteru modelowanej relacji. Do estymacji parametrów modelu wykorzystano uogólnioną metodę momentów (GMM). Następnie oszacowane zostały ortogonalne funkcje reakcji na impuls (IRF) przy wykorzystaniu dekompozycji Choleskiego. Dokonano także dekompozycji błędu prognozy w 10-letnim horyzoncie.

Prawo Okuna zakłada negatywną zależność pomiędzy zmianami stopy bezrobocia a stopą realnego wzrostu gospodarczego. Pierwotnie zostało ono empirycznie zaobserwowane przez A. Okuna w 1962 roku. Oryginalny współczynnik wymiany wynosił ok. 0,3. Oznacza to, że każdy dodatkowy procent PNB powiązany jest ze spadkiem stopy bezrobocia o ok. 0,3 p.p. Zaprezentowane w artykule oszacowania funkcji reakcji na impuls wskazały na istotność statystyczną wpływu szoków pochodzących od poszczególnych zmiennych. Pozytywny impuls pochodzący od strony stopy wzrostu realnego PKB powodował obniżenie się zmiany stopy bezrobocia (i na odwrót) w porównaniu do ścieżki bazowej. Zaobserwowano również stosunkowo powolne wygaszanie się szoków w modelu. Dekompozycja błędu prognozy wykazała, że ok. 31% zmienności przyrostu stopy bezrobocia może zostać wyjaśnione za pomocą stopy wzrostu realnego PKB. Z kolei zmiany stopy bezrobocia zdołały wyjaśnić jedynie ok. 6% przyszłych stóp realnego wzrostu gospodarczego.

Słowa kluczowe: bezrobocie, wzrost gospodarczy, analizy regionalne, PVAR.

Okun's law – verification using a VAR panel model for Polish voivodeships

Summary

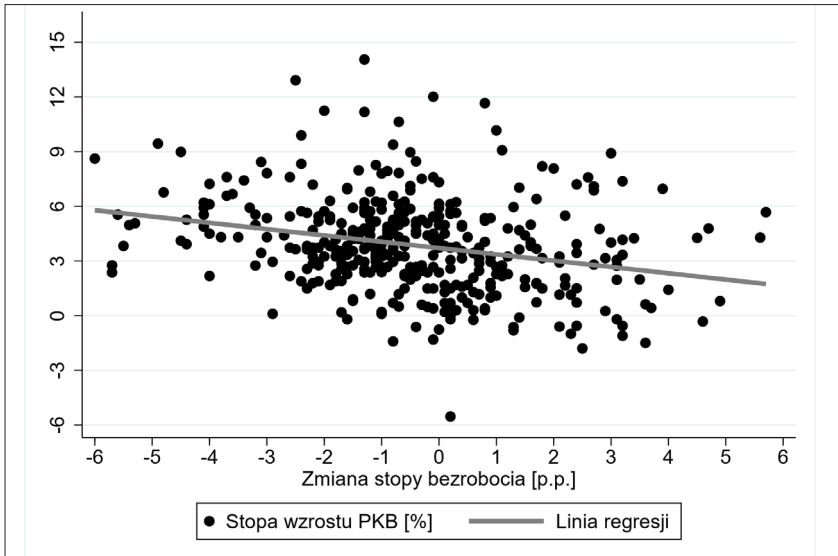
The aim of the article is to present the results of the author's own research on the relation known in economics as 'Okun's law'. A data panel for 16 Polish voivodeships in the years 1995–2019 was used. A panel vector autoregression (PVAR) model was used as a research tool, which captured, for example, the dynamic nature of the modelled relationship. The generalised method of moments (GMM) was used to estimate the parameters of the model. Then, the orthogonal impulse response functions (IRF) were estimated using the Cholesky decomposition. The decomposition of forecast error in the 10-year horizon was also presented.

Okun's law assumes a negative relationship between changes in the unemployment rate and the rate of real economic growth. It was originally observed empirically by A. Okun in 1962. The original exchange coefficient was approx. 0.3. This means that each additional percentage of GNP is associated with a decrease in the unemployment rate by approx. 0.3 p.p. The estimates of the impulse response functions presented in the article show the statistical significance of the impact of shocks coming from individual variables. A positive impulse coming from the real GDP growth rate resulted in a decrease in the change of the unemployment rate (and vice versa) compared to the base path. A relatively slow decay of shocks in the model can also be observed. Decomposition of the forecast error shows that approx. 31% of the variability of the changes of the unemployment rate can be explained by the real GDP growth rate. In turn, changes in the unemployment rate are able to explain only about 6% of future rates of real economic growth.

Keywords: unemployment, economic growth, regional analysis, PVAR.

JEL: C32, C33, C36, J64, O40.

ZAŁĄCZNIK



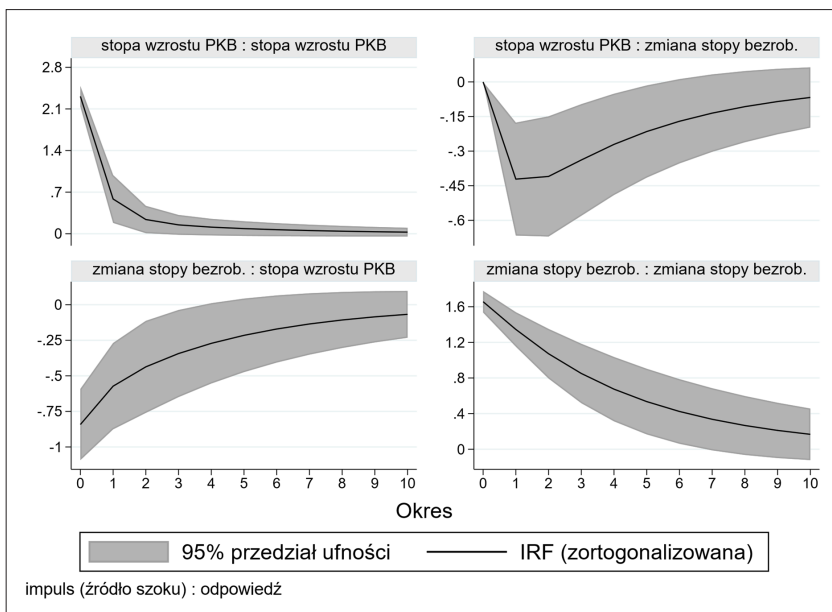
Rys. 3. Zależność stopy wzrostu realnego PKB od zmian stopy bezrobocia w układzie wojewódzkim w latach 1995–2019

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS.

Tabela 2. Wyniki estymacji parametrów modelu PVAR metodą GMM

Zmienna zależna: Δy_{it}	Oszacowania parametrów	<i>p-value</i>
Δy_{it-1}	0,253	0,004
Δu_{it-1}	-0,217	0,013
Zmienna zależna: Δu_{it}	Oszacowania parametrów	<i>p-value</i>
Δy_{it-1}	-0,182	0,001
Δu_{it-1}	0,719	< 0,001
Statystyka Hansen's J	5,674	0,23
Moduł wartości własnej (1)	0,793	---
Moduł wartości własnej (2)	0,180	---
Lata	1995–2019	---
Efektywna liczba obserwacji	352	---
Kryterium BIC (1 opóźnienie)	-16,79	---
Kryterium BIC (2 opóźnienia)	-9,66	---
Kryterium BIC (3 opóźnienia)	-3,93	---

Źródło: opracowanie własne. W modelu uwzględniono efekty czasowe dla lat: 1997–1999, 2008–2009 oraz 2018. Jako instrumenty posłużyły opóźnienia zmiennych aż do drugiego rzędu. Pełne wyniki estymacji dostępne u autora.



Rys. 4. Funkcje odpowiedzi na impuls (IRF) – alternatywna kolejność zmiennych

Źródło: opracowanie własne.